

Príklad 1. Nájdite riešenie rovnice

$$\begin{aligned} u_t &= k u_{xx} & -\infty < x < \infty, t > 0, \\ u(x, 0) &= e^{-x} & \forall x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Príklad 2. Nájdite riešenie rovnice

$$\begin{aligned} u_t &= k u_{xx} & -\infty < x < \infty, t > 0, \\ u(x, 0) &= \begin{cases} 1 & : |x| \leq l \\ 0 & : |x| > l \end{cases} & \forall x \in \mathbb{R}, \end{aligned}$$

kde l je kladná konštanta. Riešenie vyjadrite pomocou funkcie $\epsilon(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-p^2} dp$.

Príklad 3. Nájdite riešenie rovnice

$$\begin{aligned} u_t &= k u_{xx} & -\infty < x < \infty, t > 0, \\ u(x, 0) &= \begin{cases} 1 & : x \geq 0 \\ 3 & : x < 0 \end{cases} & \forall x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Riešenie vyjadrite pomocou funkcie $\epsilon(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-p^2} dp$.

Príklad 4. Nájdite riešenie rovnice

$$\begin{aligned} u_t &= k u_{xx} & -\infty < x < \infty, t > 0, \\ u(x, 0) &= e^{3x} & \forall x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Príklad 5. Nájdite riešenie rovnice

$$\begin{aligned} u_t &= k u_{xx} & -\infty < x < \infty, t > 0, \\ u(x, 0) &= \begin{cases} e^{-x} & : x \geq 0 \\ 0 & : x < 0 \end{cases} & \forall x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Riešenie vyjadrite pomocou funkcie $\epsilon(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-p^2} dp$.

Príklad 6. Metódou separácie premenných riešte

$$\begin{aligned} u_{tt} &= c^2 u_{xx} & 0 < x < \pi, t > 0, \\ u(0, t) &= u(\pi, t) = 0 & t \geq 0, \\ u(x, 0) &= 3 \sin x & 0 \leq x \leq \pi, \\ u_t(x, 0) &= 0 & 0 \leq x \leq \pi. \end{aligned}$$

Príklad 7. Metódou separácie premenných riešte

$$\begin{aligned} u_{tt} &= c^2 u_{xx} & 0 < x < \pi, t > 0, \\ u(0, t) &= u(\pi, t) = 0 & t \geq 0, \\ u(x, 0) &= 0 & 0 \leq x \leq \pi, \\ u_t(x, 0) &= x \sin x & 0 \leq x \leq \pi. \end{aligned}$$

Príklad 8. Metódou separácie premenných riešte

$$\begin{aligned} u_{tt} &= c^2 u_{xx} & 0 < x < \pi, t > 0, \\ u(0, t) &= u_x(\pi, t) = 0 & t \geq 0, \\ u(x, 0) &= x + \sin x & 0 \leq x \leq \pi, \\ u_t(x, 0) &= 0 & 0 \leq x \leq \pi. \end{aligned}$$

Príklad 9. Metódou separácie premenných riešte

$$\begin{aligned}u_t &= ku_{xx} & 0 < x < \pi, t > 0, \\u(0, t) &= u(\pi, t) = 0 & t \geq 0, \\u(x, 0) &= \sin^3 x & 0 \leq x \leq \pi.\end{aligned}$$

Príklad 10. Metódou separácie premenných riešte

$$\begin{aligned}u_t &= ku_{xx} & 0 < x < \pi, t > 0, \\u_x(0, t) &= u_x(\pi, t) = 0 & t \geq 0, \\u(x, 0) &= x & 0 \leq x \leq \pi.\end{aligned}$$

Príklad 11. Metódou separácie premenných riešte

$$\begin{aligned}u_t &= ku_{xx} & 0 < x < \pi, t > 0, \\u(0, t) &= u_x(\pi, t) = 0 & t \geq 0, \\u(x, 0) &= x & 0 \leq x \leq \pi.\end{aligned}$$

Príklad 12. Metódou separácie premenných riešte

$$\begin{aligned}\Delta u &= 0 & 0 < x < \pi, 0 < y < \pi, \\u(0, y) &= u(\pi, y) = 0 & 0 \leq y \leq \pi, \\u(x, 0) &= x^2(\pi - x) & 0 \leq x \leq \pi, \\u(x, \pi) &= 0 & 0 \leq x \leq \pi.\end{aligned}$$

Príklad 13. Metódou separácie premenných riešte

$$\begin{aligned}\Delta u &= 0 & 0 < x < \pi, 0 < y < \pi, \\u_x(0, y) &= u_x(\pi, y) = 0 & 0 \leq y \leq \pi, \\u(x, 0) &= x^2 & 0 \leq x \leq \pi, \\u(x, \pi) &= 0 & 0 \leq x \leq \pi.\end{aligned}$$

Príklad 14. Metódou separácie premenných riešte

$$\begin{aligned}\Delta u &= 0 & 0 < x < \pi, 0 < y < \pi, \\u_x(0, y) &= u_x(\pi, y) = 0 & 0 \leq y \leq \pi, \\u(x, 0) &= (\pi - x)^2 & 0 \leq x \leq \pi, \\u(x, \pi) &= 0 & 0 \leq x \leq \pi.\end{aligned}$$

■