1) Nech (X,d_1) a (Y,d_2) sú úplné metrické priestory. Dokážte, že priestor $(X\times Y,d)$, kde $d((x_1,y_1),(x_2,y_2))=\sqrt{d_1^2(x_1,x_2)+d_2^2(y_1,y_2)}$ je tiež ÚMP.

2) Vo všeobecnosti z cauchyovskosti postupnosti v MP ešte nevyplýva jej konvergencia. Avšak platí: Ak $\{x_k\}_{k=1}^{\infty}$ je cauchyovská postupnosť prvkov MP (X,d) a existuje taká vybraná postupnosť $\{x_{k_i}\}_{i=1}^{\infty}$ z postupnosti $\{x_k\}_{k=1}^{\infty}$, ktorá konverguje k bodu $x\in X$, tak pôvodná postupnosť $\{x_k\}_{k=1}^{\infty}$ konverguje k x.

3) Nech (X,d) je ÚMP. Dokážte, že ak $0\neq Y\subset X$ je uzavretá množina v X, tak (Y,d) je tiež ÚMP.

4) Dokážte neúplnosť priestoru (X,d), kde $X=C\langle -1,1\rangle$, $d(f,g)=\int_{-1}^{1}|f(x)-g(x)|dx$.

(Návod: Uvažujte postupnosť funkcií $f_n(x)=\begin{cases}-1 & ak \quad x\in\left\langle -1,\frac{-1}{n}\right\rangle\\ nx & ak \quad x\in\left\langle \frac{-1}{n},\frac{1}{n}\right\rangle\\ 1 & ak \quad x\in\left\langle \frac{1}{n},1\right\rangle\end{cases}$)

5) Nech l_2 je množina všetkých postupnosti $x=\{x_k\}_{k=1}^{\infty}$ reálnych čísel, pre ktorú platí $\sum_{k=1}^{\infty}x_k^2<\infty$. Pre $x=\{x_k\}_{k=1}^{\infty}$, $y=\{y_k\}_{k=1}^{\infty}$ z priestoru l_2 definujme vzdialenosť $d(x,y)=\left(\sum_{k=1}^{\infty}(x_k-y_k)^2\right)^{\frac{1}{2}}$. Dokážte, že l_2 je ÚMP.

6) Definujme zobrazenie $g:R\to R$ tak, že pre každé $x\in R$ $g(x)=x+\frac{\pi}{2}-arctgx$. Je to kontraktívne zobrazenie?

7) Nech $f(x)=\frac{x^2}{2|x|}$. Má toto zobrazenie podľa Banachovej vety práve jeden pevný bod?

8) Dokážte, že pre $0\le a\le 1$ iterácie $x_{n+1}=x_n-\frac{1}{2}(x_n^2-a)$, $x_0=0$ pre $n\in N$ konvergujú k $\sqrt{a}$.

(Návod: ukážte, že funkcia $f(x)=x-\frac{1}{2}(x^2-a)$ je kontrakvívne zobrazenia intervalu $\left\langle \frac{a}{2},1\right\rangle$ do seba)

9) Dokážte, že postupnosť reťazových odmocnín $a_{n+1}=\sqrt{2+a_n}$, $a_0=1$ pre $n\in N$ má limitu a nájdite ju.