

1) Určte definičný obor D_f a obor hodnôt H_f funkcie f (a zakreslite ich v rovine), ak:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2} & \text{b) } f(x_1, x_2) = \begin{cases} 0 & \text{ak } x_2 \leq x_1 \\ \cos x_1 & \text{ak } x_2 > x_1 \end{cases} & \text{c) } f(x_1, x_2) = \arccos(x_1 + x_2) \\ \text{c) } f(x_1, x_2) = \ln(x_2^2 - 4x_1 + 8) & & \end{array}$$

2) Určte a zobrazte definičné obory funkcií $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x, y) = \frac{1}{\sin x} & \text{b) } f(x, y) = \frac{1}{\sin x \cdot \sin y} & \text{c) } f(x, y) = \sqrt{x^2 - 2x + y^2} - \ln(1 - y) \\ \text{d) } f(x, y) = \arccos \frac{x}{x + y} & \text{e) } f(x, y) = \sqrt{5(x^2 + y^2) - (x^2 + y^2)^2} - 4 & \\ \text{f) } f(x, y) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3}} & \text{g) } f(x, y) = \arcsin(2y(1 + x^2) - 1) & \text{h) } f(x, y) = \frac{\ln(x^2 y)}{\sqrt{y - x}} \\ \text{i) } f(x, y) = \ln \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} & \text{j) } f(x, y) = \frac{-1}{\sqrt{\sin[\pi(x^2 + y^2)]}} & \text{k) } f(x, y) = \ln(y \ln(y - x)) \\ \text{l) } f(x, y) = \arcsin \frac{x}{y^2} + \arccos(1 - y) & & \text{m) } f(x, y) = \ln(x \ln(y - x)) \\ \text{n) } f(x, y) = \arcsin \frac{x}{y} - \frac{1}{|y| - |x|} & & \end{array}$$

3) Určte definičné obory $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ a popíšte (alebo načrtnite), aký geometrický útvar tvoria v priestore:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x, y, z) = \sqrt{(1 - x^2 - y^2) \left(\frac{x^2}{4} - 2y + y^2 \right)} & \text{b) } f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2 - \left(\frac{z}{c}\right)^2}} \\ \text{c) } f(x, y, z) = \ln(-x^2 - y^2 + 2z) & \text{d) } f(x, y, z) = \ln(xyz) \\ \text{e) } f(x, y, z) = \frac{\sin x^2 \cdot \cos y}{1 - z^2} & \text{f) } f(x, y, z) = \frac{x}{e^{x-y-z^2}} \\ \text{g) } f(x, y, z) = \sqrt{1-x} + \sqrt{y+3} - \sqrt{z} & \text{h) } f(x, y, z) = \arccos \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ \text{i) } f(x, y, z) = \arcsin \frac{x}{y} + \arcsin y + \arccos \frac{z}{3} & \end{array}$$

4) Pomocou vrstevníc a rezov rovinami $x = a$, $y = b$ (kde $(a, \cdot), (\cdot, b) \in D_f$, teda nezabudnite najskôr určiť D_f a H_f), načrtnite v priestore grafy funkcií $z = f(x, y)$:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } z = e^{-(x^2 + y^2)} & \text{b) } z = 1 - x - y & \text{c) } z = x + y \\ \text{d) } z = x^2 + y^2 & \text{e) } z = \sqrt{1 - x^2 - y^2} & \text{f) } z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2} \\ \text{g) } z = \frac{1}{|x|} & \text{h) } z = \sqrt{1 - y^2} & \end{array}$$