2. Základy vektorovej algebry

2.1. Nájdite súradnice, veľkosť a jednotkové vektory vektorov $\vec{a} = A - C$ a $\vec{b} = B - C$, ak

a) $A = [3,0]$, $B = [-2,5]$, $C = [6,1]$

b) $A = [1,2,3]$, $B = [2,-2,-6]$, $C = [-3,0,3]$.

2.2. Dané sú vektory $\vec{a} = (2,3)$, $\vec{b} = (3,2,2)$, $\vec{c} = (1,0,7)$, $\vec{d} = (3,-1)$, $\vec{e} = (2,5)$, $\vec{f} = (4,5,-9)$. Nájdite súradnice a veľkosť vektorov (pokiaľ existujú), ak

a) $3\vec{a} - 7\vec{d} + 2\vec{e}$ b) $\vec{c} + \vec{b} - \vec{f}$

c) $2\vec{b} - 5\vec{d} - 2\vec{c}$ d) $3(\vec{b} - 2\vec{c}) - \frac{1}{7}\vec{f} + 2(\vec{c} - 3\vec{f})$.

2.3. Dokážte, že vetkory $\vec{a}$ a $\vec{b}$ sú lineárne nezávislé a vyjadrite vektor $\vec{c}$ ako ich lineárnu kombináciu, ak

a) $\vec{a} = (3,-5)$, $\vec{b} = (-4,7)$, $\vec{c} = (10,3)$,

b) $\vec{a} = (1,0)$, $\vec{b} = (0,1)$, $\vec{c} = (10,-3)$,

c) $\vec{a} = (2,3)$, $\vec{b} = (7,-2)$, $\vec{c} = (3,4)$,

d) $\vec{a} = (7,2)$, $\vec{b} = (-1,-2)$, $\vec{c} = (21,6)$.

2.4. Zistite, či vetkory $\vec{a}$, $\vec{b}$ a $\vec{c}$ sú lineárne nezávislé a vyjadrite vektor $\vec{d}$ ako ich lineárnu kombináciu, ak

a) $\vec{a} = (3,2,1)$, $\vec{b} = (7,5,0)$, $\vec{c} = (-2,3,4)$, $\vec{d} = (12,4,-3)$,

b) $\vec{a} = (6,3,5)$, $\vec{b} = (1,2,-7)$, $\vec{c} = (6,12,0)$, $\vec{d} = (18,0,20)$,

c) $\vec{a} = (1,5,3)$, $\vec{b} = (6,-4,-2)$, $\vec{c} = (0,-5,7)$, $\vec{d} = (-20,27,-35)$.

2.5. Zistite, ktoré z vetkorov $\vec{a} = B - A$, $\vec{b} = C - A$, $\vec{c} = D - B$, $\vec{d} = C - D$ sú kolineárne, ak $A = [5,-10,-1]$, $B = [-4,2,5]$, $C = [-7,8,5]$, $D = [2,-7,2]$.

2.6. Pre aké čísla m, n sú vektory $\vec{a}$ a $\vec{b}$ kolineárne, ak

a) $\vec{a} = (-2,3,m)$, $\vec{b} = (n,-6,2)$,

b) $\vec{a} = (\frac{2}{m} - 4, n, 5)$, $\vec{b} = (m, 3m - 2n, 2)$.

2.7. Zistite, pre aké čísla x sú vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$ navzájom kolmé, ak

a) $\vec{a} = (2,-5,3x)$, $\vec{b} = (x,2,1)$

b) $\vec{a} = (x^2 - 4, 6, 2x + 20)$, $\vec{b} = (1,-2x,1)$.

2.8. Nájdite uhol vektorov $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{OB}$, ak

a) $A = [3,0,4]$, $B = [2,-2,1]$, $O = [0,0,0]$,

b) $A = [-2,1,2]$, $B = [2,-3,3]$, $O = [0,0,0]$.

2.9. Nájdite vnútorných uhlov trojuholníkov, ktorých vrcholy sú

a) $A = [2,-4,9]$, $B = [-1,-4,5]$, $C = [6,-4,6]$,

b) $A = [6,0,2]$, $B = [8,-1,4]$, $C = [4,-4,6]$,

c) $A = [4,0,6]$, $B = [6,-3,12]$, $C = [10,2,3]$.

2.10. Zistite, či štvoruholník s vrcholmi $A = [5,2,6]$, $B = [6,4,4]$, $C = [4,3,2]$, $D = [3,1,4]$ je štvorec.

2.11. Dané sú vektory $\overrightarrow{a} = (2,-1,3)$, $\overrightarrow{b} = (1,-2,3)$, $\overrightarrow{c} = (3,2,-4)$. Nájdite vektor $\overrightarrow{x}$, pre ktorý platí:

a) $\overrightarrow{x} \cdot \overrightarrow{a} = 0$, $\overrightarrow{x} \cdot \overrightarrow{b} = 0$, $\overrightarrow{x} \cdot \overrightarrow{c} = -10$,

b) $\overrightarrow{x} \cdot \overrightarrow{a} = -2$, $\overrightarrow{x} \cdot \overrightarrow{b} = 3$, $\overrightarrow{x} \cdot \overrightarrow{c} = 8$.