



TVORBA ÚLOH PODPORUJÚCICH ROZVOJ MATEMATICKEJ GRAMOTNOSTI PRE PRAX

Záverečná práca

Mária Pavlisová, Mgr.

Odborný konzultant: RNDr. P. Černek, CSc.

2008

Úprimne chcem poďakovať Pavlovi Černekovi za pomoc, ktorú mi ochotne poskytol pri vypracovaní záverečnej práce.

Mária Pavlisová

OBSAH

ÚVOD.....	4
1 MATEMATICKÁ GRAMOTNOSŤ PRE REÁLNY ŽIVOT	6
2 GENÉZA, TESTOVANIE A KÓDOVANIE ÚLOH.....	8
2.1 Kvetinový záhon	8
2.1.1 Genéza úlohy.....	8
2.1.2 Testovanie úlohy.....	12
2.1.3 Kódovanie úlohy	15
2.2 Včelí med.....	15
2.2.1 Genéza úlohy.....	15
2.2.2 Testovanie úlohy.....	21
2.2.3 Kódovanie úlohy	23
2.3. Kvapky.....	24
2.3.1. Genéza úlohy	24
2.3.2. Testovanie úlohy.....	29
2.3.3. Kódovanie úlohy	31
2.4. Rýchlosti pohybu zvierat.....	31
2.4.1. Genéza úlohy	31
2.4.2. Testovanie úlohy.....	34
2.4.3. Kódovanie úlohy	37
2.5. Zorné pole	38
2.5.1. Genéza úlohy	38
2.5.2. Testovanie úlohy.....	44
2.5.3. Kódovanie úlohy	46
2.6. Vodné a stočné.....	46
2.6.1. Genéza úlohy	46
2.6.2. Testovanie úlohy.....	50
2.6.3. Kódovanie úlohy	52
3 Z Á V E R.....	53
LITERATÚRA	54
PRÍLOHY	56

ÚVOD

V roku 2000 sa na objednávku Organizácie pre hospodársku spoluprácu a rozvoj (OECD) prvýkrát uskutočnila medzinárodná štúdia PISA (Programme for International Student Assessment) s cieľom zistiť, ako sú mladí ľudia pripravení na život. Autori štúdie zvolili ako vzorku populáciu 15-ročných žiakov, keďže v tomto veku sa vo väčšine krajín OECD končí povinná školská dochádzka. Slovensko v tom čase ešte nebolo členom OECD, a tak sa výskumu nezúčastnilo. Pri tvorbe úloh vychádzali autori z otázok a problémov, ktoré človek rieši v reálnom svete, nie v tom virtuálnom – učebnicovom. Úlohy nevychádzali z osnov a ani nezisťovali, ako žiaci v jednotlivých krajinách ovládajú učebnú látku. Žiaci sa v škole nemôžu naučiť všetko, čo budú v dospelosti potrebovať, musia však získať schopnosť efektívne sa učiť. Tvorcovia výskumu preto pre žiakov pripravili úlohy, ktoré vyžadovali tvorivé získavanie a využívanie informácií, samostatnosť, schopnosť komunikovať a riešiť problémy.

V roku 2003 sa do štúdie prvýkrát zapojilo Slovensko a zúčastnilo sa ho 1800 žiakov. Tento reprezentatívny a stratifikovaný výber našich žiakov nám umožňuje zovšeobecniť získané výsledky na celý náš vzdelávací systém a tak ho porovnať s výsledkami ostatných zúčastnených krajín.

Matematická gramotnosť v štúdiu OECD PISA nesleduje len ovládanie základných matematických vedomostí a zručností na istej minimálnej úrovni, ale zahŕňa používanie matematiky v rôznych situáciách, s ktorými sa žiaci môžu stretnúť v bežnom živote. Ide o úlohy, ktoré nemožno priradiť k žiadnej časti vzdelávacích štandardov, nesúvisia priamo s preberaným učivom, ale možno ich zvládnuť na základe logického myslenia bez špeciálnej prípravy. Ďalej bola v teste venovaná väčšia pozornosť úlohám z oblasti štatistiky a pravdepodobnosti, z oblasti geometrie boli zastúpené hlavne úlohy z planimetrie a úlohy na priestorovú predstavivosť. Pomerne veľa úloh obsahovalo vo svojej formulácii tabuľky, grafy a diagramy, ktoré treba vedieť čítať, zorientovať sa v množstve informácií, ktoré poskytujú.

Skupinou úloh, ktoré sa v našom testovaní nepoužívajú vôbec a pri vyučovaní len zriedka sú úlohy, ktoré si vyžadujú vysvetlenie alebo argumentáciu. Takéto úlohy sa v našich učebniciach vyskytujú ojedinele a ak by chcel súčasný slovenský učiteľ zaraďovať do vyučovania aj testovania žiakov takéto úlohy, ktoré by súčasne využívali medzipredmetové vzťahy a vychádzali z reálneho života, musel by si ich tvoriť sám. To predpokladá veľkú dávku tvorivosti a znamenalo by to aj veľké pracovné zaťaženie. Najlepším riešením by bolo vypracovať súbor takýchto úloh a zaradiť ich do učebníc, zbierok úloh a vzdelávacích štandardov.

Nápomocný v tomto smere by mal byť projekt „Tvorba a použitie matematických úloh podporujúcich rozvoj kľúčových kompetencií a matematickej gramotnosti pre reálny život“, ktorý je spolufinancovaný Európskou úniou. Snahou všetkých zainteresovaných je vytvorenie zbierky úloh, ktoré v našich učebniciach chýbajú a ktoré by poskytli učiteľom možnosť riešiť so žiakmi aj úlohy, ktoré využívajú medzipredmetové vzťahy, ktoré vyžadujú vysvetľovanie a argumentáciu, ktoré vedú k zorientovaniu sa v množstve informácií, ale hlavne rozvíjajú kľúčové kompetencie a matematickú gramotnosť žiaka pre jeho budúci život.¹

¹ RNDr. Z. Kubáček, CSc., RNDr. F. Kospér, Mgr. A. Tomachová, Mgr. P. Koršňáková, PhD.: PISA SK Matematická gramotnosť, ŠPÚ, Bratislava 2004, s. 5,13-16

1 MATEMATICKÁ GRAMOTNOSŤ PRE REÁLNY ŽIVOT

Rastúca úloha vedy, matematiky a technológií v modernom živote vyžaduje, aby všetci boli matematicky, prírodovedne a technologicky gramotní. Úlohou vzdelávacieho systému by mala byť príprava žiakov na konštruktívnu úlohu občana v spoločnosti. Ak uvažujeme o význame matematiky pre jednotlivca, musíme uvážiť mieru jeho matematických vedomostí a chápania, ale aj mieru jeho schopností aktivizovať svoje matematické kompetencie na riešenie problémov, s ktorými sa v živote stretne. Tento prístup k matematike kontrastuje s tradičným chápaním školskej matematiky. V škole sa matematický obsah zväčša učí tak, že sa žiakom ukáže, ako sa rieši istý typ úlohy, potom majú vyriešiť takúto úlohu, a potom sa spravidla žiaci stretnú s vymyslenými matematickými úlohami zameranými práve na použitie príslušnej vedomosti. Na potrebu matematiky v reálnom svete zostáva pri tomto prístupe len malý priestor.

V mnohých situáciách a problémoch reálneho života nie je na prvý pohľad zrejmé, že by použitie matematických vedomostí mohlo byť užitočné pri ich riešení. Jednotlivec musí preložiť situáciu alebo problém do podoby, v ktorej sa ukáže dôležitosť a užitočnosť matematiky. Ak žiaci nemajú cvik v takomto procese, potenciálna schopnosť matematiky pomôcť im pri riešení problémov, s ktorými sa stretnú, nemusí byť plne realizovaná. Je potrebné podnietiť vyučovanie matematiky tak, aby kládlo dôraz na procesy spojené s riešením problémov v kontexte reálneho života a aby žiakov naučilo použiť relevantnú matematickú vedomosť na riešenie problému. Takto budú žiaci oveľa lepšie vybavení na používanie svojich matematických vedomostí a zručností počas svojho života. Budú matematicky gramotní.

Matematická gramotnosť sa sústreďuje na schopnosť žiaka používať svoje matematické poznatky pri ujasnení si problémov reálneho sveta a pri realizácii úloh vyplývajúcich z riešenia takýchto problémov. Definícia matematickej gramotnosti je: **Matematická**

gramotnosť je schopnosť jedinca rozpoznať a pochopiť úlohu matematiky vo svete, robiť zdôvodnené hodnotenia, používať matematiku a zaoberať sa ňou spôsobmi, ktoré zodpovedajú potrebám života konštruktívneho, zaujatého a rozmyšľajúceho občana.

Kľúčovou schopnosťou v zmysle uvedenej definície je schopnosť použiť matematiku pri nastolení, formulovaní, riešení a interpretácii problémov v rôznych situáciách a kontextoch. Termín *matematická gramotnosť* má zdôrazňovať použitie matematických vedomostí v množstve rozličných situácií rôznymi spôsobmi.

Jednotlivec schopný úspešne používať matematiku v rôznych situáciách musí mať isté matematické schopnosti, ktorých súhrn možno považovať za jeho celkovú matematickú kompetenciu. Matematické schopnosti jedinca môžeme rozdeliť na osem typických matematických kompetencií:

- rozmyšľanie a usudzovanie
- argumentácia
- komunikácia
- modelovanie
- polozenie otázky a riešenie problému
- reprezentácia
- použitie symbolického, formálneho a technického vyjadrovania a operácií
- použitie nástrojov a prístrojov²

² RNDr. Z. Kubáček, CSc., RNDr. F. Kospér, Mgr. A. Tomachová, Mgr. P. Koršňáková, PhD.: PISA SK Matematická gramotnosť, ŠPÚ, Bratislava 2004, s. 6-10

2 GENÉZA, TESTOVANIE A KÓDOVANIE ÚLOH

V rámci projektu „Tvorba a použitie matematických úloh podporujúcich rozvoj kľúčových kompetencií a matematickej gramotnosti pre reálny život“, ktorý je spolufinancovaný Európskou úniou, sa stretla skupina ľudí, ktorých snahou je vytvorenie zbierky takých úloh, ktoré by mohli pomôcť pri rozvíjaní kľúčových kompetencií a matematickej gramotnosti našich žiakov a ktoré nie sú zatiaľ obsiahnuté v žiadnej školskej učebnici.

V tejto časti práce by som chcela poukázať na tvorbu úloh z oblasti biológie, keďže mojím druhým aprobačným predmetom je práve biológia. Úplne prvá verzia úloh bola veľmi strohá a jednoduchá, boli to skôr nápady a myšlienky, ktoré boli ďalej rozvinuté do zaujímavých úloh.

2.1 Kvetinový záhon

2.1.1 Genéza úlohy

Námet na túto úlohu vznikol na hodinách pestovateľských prác, ktoré taktiež učím ako jednu zo zložiek technickej výchovy. Na týchto hodinách sa žiaci učia o pestovaní plodín, zeleniny aj ovocia. Napríklad aj o spôsoboch sadenia do riadkov, do hniezd a do sponu, podľa druhu zeleniny. Robia pokus s klíčivosťou semien fazule, t. j. koľko vyklíči z určitého počtu a aj to, že nie všetky vysadené rastlinky prežijú – straty pri presadzovaní. Tu je úplne prvé znenie úlohy:

Pre kvetinový záhon je treba 2800 kusov okrasných rastlín. Rastliny sa na záhon vysádzajú už v určitej veľkosti po vypestovaní zo semien.

Otázka č. 1: Koľko už vyklíčených rastlín treba pripraviť, ak sa počíta s 15% odpadom počas prepravy a vysádzania?

Otázka č. 2: Koľko treba vysiať semien, ak ich klíčivosť je 82% ?

Otázka č. 3: Koľko potrebujeme rastlín na záhon 10 m dlhý a 3 m široký, ak ich budeme sadiť vo vzdialenosti 30 x 20 cm?

Nápad na príklad som poslala konzultantovi, ktorý mi poslal nasledovný komentár: (jeho postrehy sú písané modrou farbou)

Najprv pár postrehov k jednotlivým otázkam – priamo v texte.

Pre kvetinový záhon je treba 2800 kusov okrasných rastlín. Rastliny sa na záhon vysádzajú už v určitej veľkosti po vypestovaní zo semien.



Obrázok 1 Kvetinový záhon

Otázka č. 1: Koľko už vyklíčených rastlín treba pripraviť, ak sa počíta s 15 % odpadom počas presádzania vyklíčených rastliniek?

Myslí sa tým asi 15% - to by znamenalo od do?, alebo najviac 15%

Pozor na necelý výsledok.

Otázka č. 2: Koľko treba vysiať semien, ak ich klíčivosť je 82 % ?

Opäť ako presne sa má chápať 82%.

Otázka č. 3: Koľko potrebujeme rastlín na záhon 10 m dlhý a 3 m široký ak ich budeme sadiť vo vzdialenosti 30x20 cm?

Neviem, či je jasné čo znamená „vo vzdialenosti 30x20 cm“? Ako ďaleko od okraja sa má sadiť (napr. aspoň 10cm). Úloha má viac riešení aj za predpokladu, že sadíme „rovnoobežne“ s okrajmi.

Celkové postrehy

1. Navrhujem zmeniť textáciu na menej strohú a viac odrážajúcu život. Skúste používať slovo sadenička.

Volil by som skôr postup, že sa najskôr vypočíta koľko potrebujeme (1. otázka). Potom si to množstvo objednáme v záhradníctve (hlavne ak ide

o netradičnú kvetinu) a oni si musia zistiť koľko semien potrebujú vysiať (2. otázka). A to oni vysievajú ešte s nejakou „rezervou“.

2. Bolo by vhodné nejako využiť (v otázke č. 3?), že sa dajú rastliny vysádzať dvoma spôsobmi (po dĺžke sú od seba a) 30cm, b) 20cm).

3. Treba vytvoriť priestor na odpovede a počítanie.

4. Prosím doplniť riešenia jednotlivých otázok.

Po prečítaní pripomienok, po ďalších úvahách a úpravách je definitívna podoba úlohy takáto:

Záhradník Capko si chce pred domom vytvoriť záhradku, do ktorej chce vysadiť kvetiny. Záhradka je tvaru obdĺžnika s rozmermi 7m a 4m. Kvetinky bude sadiť 20 cm od každého okraja, riadky budú po dĺžke záhradky a od seba vzdialené tiež 20 cm a aj jednotlivé kvetinky budú v riadku



Obrázok 2 Kvetinový záhon

od seba vzdialené 20 cm. Takému spôsobu sadenia sa hovorí do štvorcového sponu – kvetinky sú rovnomerne po celej ploche.

Otázka č. 1: Koľko kvetiniek Capko potrebuje?

Výpočet:

Odpoveď:

Capko zašiel do záhradníctva, aby si kvetinky kúpil. Tam mu povedali, že niektoré sadeničky cestu domov nevydržia a zahynú. Straty pri prenose sa pohybujú okolo 15%

Otázka č. 2: Koľko sadeničiek si Capko musí kúpiť, aby ich mal určite dosť?

Výpočet:



Odpoveď:

Pri vykladaní sadeničiek z auta Capkovi jedna debnička spadla a rastlinky sa polámali. Ostalo mu iba 437 sadeničiek.

Otázka č. 3: V akej vzdialenosti od seba bude Capko sadiť sadeničky, ak chce vysadiť všetky, ktoré mu ostali a chce dodržať to, že budú od všetkých okrajov vzdialené 20 cm a aj riadky останú po dĺžke záhradky a vo vzdialenosti 20 cm?

Výpočet:



Odpoveď:

Riešenie:

1. - najprv treba rozmery v metroch premeniť na rozmery v cm

$$7\text{m} = 700\text{cm}, 4\text{m} = 400\text{cm}$$

- treba určiť počet riadkov: $400\text{cm} : 20\text{cm} = 20$ riadkov, ale ten posledný už nebude, aby ostal okraj, takže ich je 19

- treba určiť počet kvetiniiek v riadku: $700\text{cm} : 20\text{cm} = 35$ kvetiniiek, ale posledná už opäť nebude, aby ostal okraj, takže ich je v jednom riadku 34

- teraz môžeme určiť počet kvetiniiek na celý záhon: $19 \cdot 34 = 646$

2. buď vyrátať rovno 115%, alebo 15% zo 646 a prirátať:

$$\begin{array}{r} 646 \dots\dots\dots 100\% \\ \underline{X \dots\dots\dots 115\%} \end{array}$$

$X = 742,9$ po zaokrúhlení 743 kvetiniiek

3. - treba si uvedomiť, že počet riadkov zostane, t.j. 19

- treba vyrátať, koľko sadeničiek mu vyjde na jeden riadok:

$$437 : 19 = 23$$

- treba vyrátať, ako ďaleko budú sadeničky od seba, ak majú ostať okraje: 1 sadenička bude na začiatku riadku a ostatné $660 \text{ cm} : 22 = 30$ cm, čiže sadeničky musí sadiť vo vzdialenosti 30 cm

2.1.2. Testovanie úlohy

Túto úlohu som testovala v dvoch triedach – VIII. C a IX. A.

VIII. C – je to obyčajná, bežná trieda, ktorej žiaci dosahujú priemerné výsledky. Úlohu riešilo 24 žiakov. Volila som formu práce vo dvojiciach, pričom dvojice si vytvárali sami. Mali možnosť pýtať sa, ak niečomu neporozumeli.

IX.A – je to jazyková trieda, ktorej žiaci dosahujú pomerne dobré, nadpriemerné výsledky. Úlohu riešilo 22 žiakov formou testu, čiže samostatne.

Výsledky boli nasledovné:

1. otázka: Koľko kvetiniiek Capko potrebuje?

Odpovede som rozdelila na tri – správna, čiastočne správna a nesprávna. Za správnu som považovala tú, kde určili správny počet riadkov, kvetiniiek v riadku a tým aj správny počet potrebných kvetiniiek. Za čiastočne správnu odpoveď som považovala tú, v ktorej zabudli na prvý alebo posledný riadok a prvú alebo poslednú kvetinku v riadku (podľa spôsobu, akým počítali), takže im vyšiel zlý počet potrebných kvetiniiek, ale uvažovali správne a za nesprávnu odpoveď ostatné výpočty a odpovede.

VIII. C – počet správnych odpovedí	13	čo predstavuje	54,17%
počet čiastočne správnych odpovedí	5		20,83%

počet nesprávnych odpovedí	6		25 %
IX. A - počet správnych odpovedí	14	čo predstavuje	63,64%
počet čiastočne správnych odpovedí	5		22,73%
počet nesprávnych odpovedí	3		13,64 %

Najčastejšou chybou bolo práve to, že zabudli na prvý (posledný) riadok a prvú (poslednú) kvetinku v riadku, takže im vyšlo 18 riadkov a 33 kvetiniiek a tým aj zlý celkový počet kvetiniiek – 594.

Za úplnú raritu považujem riešenie žiaka, ktorý počítal počet kvetiniiek cez obsah. Vyrátal obsah celého záhona a potom vydilil obsahom štvorcového sponu: $700 \cdot 400 = 280000 \text{ cm}^2$, $20 \cdot 20 = 400 \text{ cm}^2$, $280000 : 400 = 700$, čo je nesprávny výsledok.

2. otázka: Koľko sadeničiek si Capko musí kúpiť, aby ich mal určite dosť? Odpovede som opäť rozdelila na správne, čiastočne správne a nesprávne. Za správnu odpoveď som považovala tú, v ktorej žiak počítal so správnym číslom z prvej úlohy a vypočítal správne. Za čiastočne správnu odpoveď som považovala tú, v ktorej žiak rátal správne s nesprávnym číslom z prvej úlohy alebo urobil numerickú chybu so správnym číslom z prvej úlohy a ostatné som považovala za nesprávne.

VIII. C - počet správnych odpovedí	12	čo predstavuje	50%
počet čiastočne správnych odpovedí	8		33,33%
počet nesprávnych odpovedí	4		16,67 %
IX. A - počet správnych odpovedí	15	čo predstavuje	68,18%
počet čiastočne správnych odpovedí	6		27,27%
počet nesprávnych odpovedí	1		4,55 %

Najčastejšie chyby, ktoré sa vyskytli v tejto otázke boli také, že nerátali rovno 115%, ale iba 15% a zabudli to prirátat' k základu, alebo počet kvetiniiek z prvej otázky považovali za 85% a rátali základ.

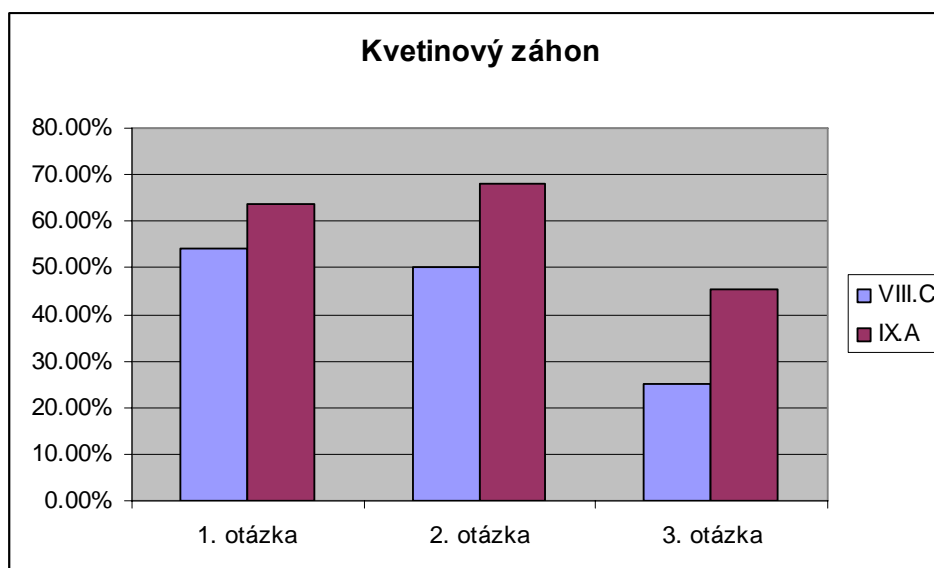
3. otázka: V akej vzdialenosti od seba bude Capko sadiť sadeničky, ak chce vysadiť všetky, ktoré mu ostali a chce dodržať to, že budú od všetkých okrajov vzdialené 20 cm a aj riadky ostanú po dĺžke záhradky a vo vzdialenosti 20 cm?

Aj v tejto otázke som odpovede rozdelila na správne, čiastočne správne a nesprávne. Správne boli tie, v ktorých žiak určil správny počet

sadeničiek na jeden riadok aj správnu vzdialenosť, v ktorej treba sadiť sadeničky. Za čiastočne správnu som považovala takú odpoveď, v ktorej bol správne vypočítaný počet sadeničiek na jeden riadok, ale nesprávne určená vzdialenosť sadeničiek a za nesprávnu všetky ostatné.

VIII. C - počet správnych odpovedí	6	čo predstavuje	25%
počet čiastočne správnych odpovedí	9		37,5%
počet nesprávnych odpovedí	9		37,5 %
IX. A - počet správnych odpovedí	10	čo predstavuje	45,45%
počet čiastočne správnych odpovedí	7		31,82%
počet nesprávnych odpovedí	5		22,73 %

Najčastejšie chyby: správny výpočet počtu sadeničiek na jeden riadok, ale zle určená vzdialenosť, lebo treba myslieť na jednu sadeničku na začiatku riadku a potom deliť dĺžku riadku počtom ostatných sadeničiek (22). Ďalšou častou chybou bolo to, že žiak vyrátal počet sadeničiek na jeden riadok a to už považoval za vzdialenosť medzi sadeničkami. Túto úlohu považovali žiaci VIII. C triedy za pomerne náročnú, mnohí ju vôbec nevedeli vyriešiť, aj keď pracovali vo dvojici. Táto otázka asi nie je vhodná ako testová, skôr na spoločnú prácu v triede.



Graf 1 Grafické porovnanie úspešností správnych odpovedí oboch tried.

2.1.3 Kódovanie úlohy

Návrh kódovania vychádza z toho, ako som opravovala žiacke práce. Ako ukážku som si vybrala otázku č. 1: Koľko kvetínok Capko potrebuje?

Cieľom tejto otázky je zistiť, či žiak vie zistiť počet riadkov na záhone, počet kvetínok v riadku a následne celkový počet rastlínok.

Správna odpoveď

Žiak správne premení jednotky dĺžky (buď na cm alebo m), správne vypočíta počet riadkov (19), správne vypočíta počet kvetínok v jednom riadku (34) a správne vyráta potrebný počet kvetínok na celý záhon (646).

Čiastočne správna odpoveď

Žiak správne premení jednotky dĺžky (buď na cm alebo m), nesprávne vypočíta počet riadkov, pretože zabudne prirátat prvý, alebo odrátat posledný podľa toho, ako počíta: $400 - 2 \cdot 20 = 360$, $360 : 20 = 18$ (1.?) alebo $400 : 20 = 20$ (posledný už nie, lebo tam má byť okraj), kde 400 cm je šírka záhona, 20 cm je šírka okraja aj vzdialenosť riadkov.

Nesprávne vypočíta aj počet kvetínok. Ak uvažuje rovnako, opäť zabudne prirátat prvú, alebo odrátat poslednú: $700 - 2 \cdot 20 = 660$, $660 : 20 = 33$ (1.?) alebo $700 : 20 = 35$ (posledná už nebude, lebo tam má byť okraj), kde 700 cm je dĺžka záhona, 20 cm je šírka okraja aj vzdialenosť kvetínok.

Následne nesprávne vypočíta celkový počet kvetínok: $18 \cdot 33 = 594$, alebo $20 \cdot 35 = 700$. Žiak uvažuje správne, ale s chybou.

Nesprávna odpoveď

Iná alebo chýbajúca odpoveď.

2.2 Včelí med

2.2.1 Genéza úlohy

Na hodinách prírodopisu sa žiaci učia o usilovnej a vytrvalej práci včiel, ktoré znášajú do úľa všetko potrebné na vytvorenie medu, ktorým

krmia larvy. Zaujímavé môže byť pre žiakov, koľko letov musia urobiť včely, aby vzniklo toľko medu, čo si natrieme na krajec chleba. Tak vznikol námet na ďalšiu úlohu, tu je jej pôvodné znenie:

Než včely nazbierajú 1 kg medu, musia urobiť 50 000 letov a pri každom lete musia navštíviť 20 kvetov.

Otázka č. 1: Koľko letov musia urobiť včely, aby nazbierali 30 g medu, ktorý si ráno natrieme na jeden krajec chleba?

Nektár, ktorý včely vedia premeniť na med, obsahuje 70% vody. Med obsahuje iba 17% vody.

Otázka č. 2: Koľko kg nektáru musia včely nazbierať, aby sa získal 1 kg medu?

Jedno včelstvo vyprodukuje asi 12 kg medu za vegetačné obdobie. 1 kg medu včelár predá za 80 Sk. Aby včely prezimovali, včelár im musí dodať 15 kg cukru po 30 Sk.

Otázka č. 3: Porovnaj náklady včelára so ziskom za jedno vegetačné obdobie.

Otázka č. 4: Porovnaj náklady so ziskom pri počte 5, 8, 10 včelstiev.

Otázka č. 5: Vypočítaj čistý zisk včelára za 5 vegetačných období pri počte 7 včelstiev.

Aj túto úlohu som poslala konzultantovi a on mi poslal nasledovné postrehy: (jeho komentár je písaný modrou farbou)

Svoje postrehy a návrhy som písal priamo do textu.

Med vyrábajú včely znášaním nektáru, medovice a iných sladkých štiav zo živých rastlinných orgánov, ku ktorým pridávajú látky vlastného tela a nechajú vyzrieť. Pritom sa mení zloženie prinesených štiav, vzniká med a v ňom množstvo blahodarných látok pre naše zdravie

Než včely nazbierajú 1 kg medu, musia urobiť **zhruba** 50 000 letov a pri každom lete musia navštíviť **okolo** 20 kvetov.

Otázka č.1: Koľko zhruba letov musia urobiť včely, aby nazbierali 30 g medu, ktorý si ráno natrieme na jeden krajec chleba?

Nektár, ktorý včely vedia premeniť na med, obsahuje 70% vody. Med obsahuje iba 17% vody.

Otázka č. 2: Koľko kg nektáru musia včely nazbierať, aby sa získal 1 kg medu?

Med sa skladá aj z iných zložiek a preto si myslím, že táto otázka neodráža skutočnosť, nedal by som ju.



Koľko medu vyprodukuje jedno včelstvo je veľmi rôznorodé. Kočujúce včelstvá samozrejme môžu vyprodukovať oveľa viac ako včelstvá so stálym miestom. Jedno včelstvo so stálym miestom vyprodukuje asi 150 kg medu za vegetačné obdobie. Z tohto

Obrázok 3 Včely

množstva asi 10% medu odoberie včelár pre vlastnú potrebu. Zvyšok skonzumujú včely. Aby včely prezimovali, včelár im musí na zimu dodať za odobratý med asi 12 kg cukru (predpokladaná cena 30Sk). Ďalšie náklady (lieky, spotrebný materiál, ...) včelára činia na jedno včelstvo asi 100Sk.

Otázka č. 3: Porovnaj náklady včelára so ziskom za jedno vegetačné obdobie.

Zisk je veľmi komplikovaný pojem a náklady včelára sú oveľa širšie. Preto by som túto otázku nasmeroval asi takto: Včelár si pre vlastnú potrebu odoberie 20% medu. Po koľko korún za kg by musel včelár predať zvyšný med, aby sa mu pokryli jeho náklady.

Otázka č. 4: Porovnaj náklady so ziskom pri počte 5, 8, 10 včelstiev.

Otázka č. 5: Vypočítaj čistý zisk včelára za 5 vegetačných období pri počte 7 včelstiev.

Tieto dve otázky by som už nedával, neprinášajú veľa nového. Radšej by som otázky viedol týmto smerom:

1l medu váži priemerne 1,43 kg a obsahuje priemerne 16% vody. Čím viac vody tým je med menej kvalitný. Koľko kg váži priemerne med, ktorý obsahuje 30% vody. Alebo koľko % vody obsahuje med, ktorý váži 1,34 kg.

Treba vytvoriť priestor na odpovede a počítanie.

Prosím doplniť riešenia jednotlivých otázok.

Definitívna podoba úlohy, po ďalších konzultáciách a úpravách, je takáto:

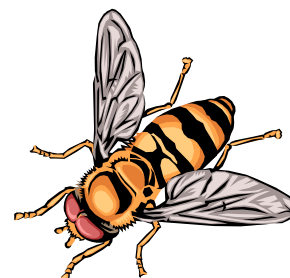
Med vyrábajú včely znášaním nektáru, medovice a iných sladkých štiav zo živých rastlinných orgánov, ku ktorým pridávajú látky vlastného tela a nechajú ho vyzrieť. Pritom sa mení zloženie prinesených štiav, vzniká med a v ňom množstvo blahodarných látok pre naše zdravie. Než včely nazbierajú všetko na 1 kg medu, musia urobiť zhruba 50 000 letov a pri každom lete musia navštíviť okolo 20 kvetov.



Obrázok 4 Med

Otázka č. 1: Zhruba koľko letov musia včely urobiť, aby nazbierali všetko potrebné na 30 g medu, ktorý si ráno natrieme na jeden krajec chleba?

Výpočet:



Odpoveď:

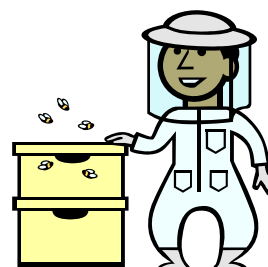
Jedno včelstvo so stálym miestom (úľ stojí na jednom mieste) vyprodukuje asi 150 kg medu za vegetačné obdobie. Z tohto množstva asi 10% medu odoberie včelár, zvyšok skonzumujú včely. Aby včely prezimovali, včelár im musí na zimu dodať za odobratý med asi 12 kg cukru (predpokladaná cena 30 Sk). Ďalšie náklady (lieky, spotrebný material, ...) včelára činia na jedno včelstvo asi 100 Sk. Včelár si z odobratého medu nechá 20% na vlastnú potrebu.



Obrázok 5 Včelí plast

Otázka č. 2: Po koľko korún za kg by musel včelár predať zvyšný med, aby sa mu pokryli jeho náklady?

Výpočet:



Odpoveď:

1 liter medu má hmotnosť priemerne 1,43 kg a obsahuje priemerne 16% vody. Čím viac vody med obsahuje, tým je menej kvalitný.

Otázka č. 3: Akú priemernú hmotnosť má med, ktorý obsahuje 30% vody?

Výpočet:

Odpoveď:

Riešenie:

1. - najprv musíme premeniť 1 kg medu na 1000 g
- ak na 1000 g medu treba 50000 letov, tak na 30 g treba priamo úmerne menej: 1000 g.....50000 letov

$$\frac{30 \text{ g} \dots\dots\dots x \text{ letov}}{\dots\dots\dots}$$

$$X = 15000 \text{ letov}$$

2. - treba vypočítať, koľko medu odoberie včelár:
10% zo 150 kg je 15 kg
- z toho treba vypočítať, koľko si nechá pre seba a koľko môže predať: 20% z 15 kg sú 3 kg, tie si nechá a predať môže 12 kg
- treba ešte vyrátať náklady včelára: 12 kg cukru po 30 Sk je 360,- Sk a ďalšie náklady tvoria 100,- Sk, takže včelár potrebuje 460,- Sk na pokrytie nákladov

- na predaj má včelár 12 kg medu, takže ho musí predať po 38,30 Sk (správne aj 38,40 Sk), aby vykryl náklady: $460 : 12 = 38,33 \text{ Sk}$

3. - bolo by dobre si so žiakmi ujasniť, čo znamená, že med obsahuje 16% vody – jedná sa o objemové percentá - 16% z objemu
- najprv musíme premeniť 1 l medu na 1000 ml a 1,43 kg na 1430 g
- ak med obsahuje 16%, to znamená, že v 1000 ml je 160 ml vody a 840 ml ostatných zložiek, ak uvažujeme, že 1 ml vody má hmotnosť 1g, potom z 1430 g medu je 160 g vody a 1270 g ostatných zložiek
- ak med obsahuje 30% vody, tvorí 300 ml voda a 700 ml ostatné zložky
- treba určiť hmotnosť ostatných zložiek, ak 840 ml má hmotnosť 1270 g, tak 700 ml má priamo úmerne menej:

$$840 \text{ ml} \dots\dots\dots 1270 \text{ g}$$

$$\frac{700 \text{ ml} \dots\dots\dots x \text{ g}}{\dots\dots\dots}$$

$$X = 1058 \text{ g}$$

- teraz už môžeme určiť hmotnosť 1 l medu: 300 ml vody má hmotnosť 300 g a ostatné zložky majú hmotnosť 1058g, takže med, ktorý obsahuje 30% vody má hmotnosť asi 1358 g = 1,358 kg

2.2.2 Testovanie úlohy

Úlohu Včelí med som testovala v dvoch triedach – VIII. C a IX. D. **VIII. C** – je to obyčajná trieda, dosahujúca priemerné výsledky, Úlohu počítalo 24 žiakov a pracovali v skupinách po 3-4 žiakoch.

IX. D – je to pomerne slabá trieda, v ktorej je päť žiakov individuálne integrovaných z matematiky, čím by bol porušený zákon, o tom, že v jednej triede môžu byť maximálne traja individuálne integrovaní žiaci, preto sme museli žiadať o výnimku, keďže pribúdali postupne a nebolo by pre nich vhodné meniť školu v deviatom ročníku. Úlohu rátalo 17 žiakov formou testu.

1. otázka: Zhruba koľko letov musia včely urobiť, aby nazbierali

všetko potrebné na 30 g medu, ktorý si ráno natrieme na jeden krajec chleba?

Odpovede som rozdelila na správne a nesprávne. Za správnu odpoveď som považovala správne vyrátaný počet letov a ostatné odpovede za nesprávnu odpoveď.

VIII. C - počet správnych odpovedí	17	čo predstavuje	70,83%
počet čiastočne správnych odpovedí	7		29,17%
IX. D - počet správnych odpovedí	10	čo predstavuje	58,82%
počet čiastočne správnych odpovedí	7		41,18%

Najčastejšie chyby boli v podstate dve: 1. numerická chyba

2. použili nezmyselný výpočet, napríklad $50000 : 30 =$, a pod.

2. otázka: Po koľko korún za kg by musel včelár predať zvyšný med, aby sa mu pokryli jeho náklady?

V tejto otázke som sa rozhodla odpovede rozdeliť na správne, čiastočne správne a nesprávne. Za správnu odpoveď som považovala tú, v ktorej žiak vyrátal správne náklady včelára, množstvá medu, ktoré odoberie včelám, ktoré nechá sebe, koľko môže predať a po koľko korún, aby

vykryl náklady. Za čiastočne správnu odpoveď som považovala takú, v ktorej žiak vyrátal správne náklady včelára a zle vyjadril množstvo medu ktoré môže predať, (namiesto 20% z 10% zo 150kg iba 10% zo 150kg, čiže predával všetko, sebe nenechal nič), alebo dobre určil množstvo medu na predaj a zle vypočítal náklady včelára, a tým aj zlú cenu, po koľko musí med predať. Všetky ostatné odpovede som považovala za nesprávne.

VIII. C - počet správnych odpovedí	10	čo predstavuje	41,67%
počet čiastočne správnych odpovedí	6		25%
počet nesprávnych odpovedí	8		33,33 %
IX. D - počet správnych odpovedí	6	čo predstavuje	35,29%
počet čiastočne správnych odpovedí	5		29,42%
počet nesprávnych odpovedí	6		35,29%

Dosť často sa vyskytla situácia, že žiak nevedel, čo všetko má vypočítať a rátal nezmysly, ktoré nemali žiadnu logiku. A často sa vyskytlo aj to, že žiak predával všetok med, nič nenechal včelárovi na spotrebu. Nevieť posúdiť, či fakt, že včelár si niečo chce nechať, si nevšimol alebo tú informáciu jednoducho ignoroval.

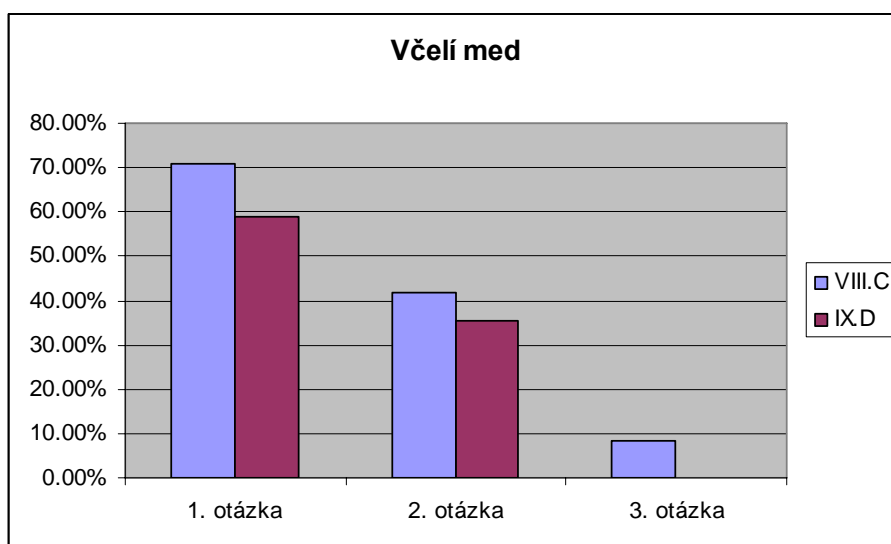
3. otázka: Akú priemernú hmotnosť má med, ktorý obsahuje 30% vody?

Aj v tejto otázke som sa rozhodla pre tri možnosti odpovede - správnu, čiastočne správnu a nesprávnu. Správna odpoveď bola tá, v ktorej žiak vyrátal správne všetky výpočty a určil správnu odpoveď. Čiastočne správna odpoveď bola, podľa mňa tá, v ktorej žiak určil objem vody a ostatných zložiek oboch medov podľa percent, ale nevedel dorátať hmotnosť medu s 30% vody. Nesprávne boli všetky ostatné odpovede.

VIII. C - počet správnych odpovedí	2	čo predstavuje	8,34%
počet čiastočne správnych odpovedí	14		58,33%
počet nesprávnych odpovedí	8		33,33 %
IX. D - počet správnych odpovedí	0	čo predstavuje	0%
počet čiastočne správnych odpovedí	10		58,82%
počet nesprávnych odpovedí	7		41,18%

Túto otázku považovali žiaci za dosť náročnú. Mnohí urobili niekoľko správnych krokov, a potom sa „stratili“, ako to sami okomentovali. Do úplného konca ju doriešila iba jedna dvojica ôsmakov, ktorí sú naozaj

dobří v matematike. Najväčší problém mali žiaci s určením hmotnosti ostatných zložiek medu. Neuvedomili si, že ide vlastne o priamu úmernosť, t.j. ak 840 ml má takú hmotnosť, tak 700 ml musí mať takú hmotnosť. A to si ešte museli uvedomiť, že 1 ml vody má hmotnosť pri bežnej teplote približne 1 g. Táto otázka asi nie je veľmi vhodná ako testová, skôr na spoločnú prácu v triede.



Graf 2 Grafické porovnanie úspešnosti správnych odpovedí oboch tried.

2.2.3. Kódovanie úlohy

Ako ukážku návrhu kódovania tejto úlohy som si vybrala otázku č.2: Po koľko korún za kg by musel včelár predať zvyšný med, aby sa mu pokryli jeho náklady?

Cieľom tejto otázky je zistiť, či žiak vie vypočítať potrebné hodnoty na následné správne určenie ceny medu, po koľko ho treba predať.

Správna odpoveď – 3b

Správna odpoveď je, ak žiak správne vypočíta náklady včelára, aj množstvo medu, ktoré môže predať a následne aj cenu, po koľko musí med predať, aby pokryl svoje náklady.

Množstvo medu na predaj vypočíta ako 80% z 10% zo 150 kg je 12 kg, alebo 10% zo 150 Kg je 15 kg, 20% z 15 kg sú 3 kg, tie si nechá a $15 - 3 = 12$ kg na predaj.

Náklady včelára činia $12 \cdot 30 = 360$ (cukor), $360 + 100 = 460,-$ Sk.

$460 : 12 = 38,33$ Sk, po zaokrúhlení 38,30 Sk, alebo 38,40 Sk. Podľa pravidiel zaokrúhľovania je správne 38,30 Sk, ale na pokrytie nákladov je lepšie 38,40 Sk.

Čiastočne správna odpoveď – 2b

Žiak správne vypočíta množstvo medu 12 kg, ale nesprávne vypočíta náklady včelára (urobí výpočtovú chybu alebo zabudne prirátať lieky), tým zle určí cenu, po koľko včelár musí predať med. Napr.: $360 : 12 = 30,-$ Sk

Čiastočne správna odpoveď – 1b

Žiak správne určí náklady včelára (460,- Sk), ale nesprávne vyráta množstvo medu (15 kg – predáva všetko, nič nenechá včelárovi, alebo 3 kg – predáva to, čo si má včelár nechať), tým tiež zle určí cenu, po koľko má včelár predávať med. Napr.: $460 : 15 = 30,66$ Sk (30,60 Sk aj 30,70 Sk), $460 : 3 = 153,33$ Sk (153,30 Sk aj 153,40 Sk)

Nesprávna odpoveď

Iná alebo chýbajúca odpoveď.

2.3. Kvapky

2.3.1. Genéza úlohy

Námetom na túto úlohu sa stala strata vody z kvapkajúceho kohútika, či známy vtíp o cene jednej kvapky nápoja. Pôvodné znenie úlohy bolo:

Dažďové kvapky majú takú hmotnosť, že na 1 g ich treba 12.

Otázka č. 1: Koľko kvapiek je v 1 litri vody?

Otázka č. 2: Koľko kvapiek dopadlo na 1 m² záhrady pri daždi, ak napršalo 4 mm vody?

Otázka č. 3: Koľko vody je v nádobe, do ktorej napadalo 6000 kvapiek?

Komentár od konzultanta, či jeho postrehy sú písané modrou farbou:

Najprv pár postrehov k jednotlivým otázkam – priamo v texte.

Dažďové kvapky majú takú hmotnosť, že na 1 g ich treba 12.

Určite hmotnosť všetkých dažďových kvapiek nie je rovnaká. Preto si myslím, že o nejakej nepresnosti – približnosti by mala byť v texte zmienka.

Otázka č. 1: Koľko kvapiek je v 1 litri vody?

Asi sa predpokladá, že 1 liter dažďovej vody má hmotnosť vždy 1kg. Je to tak. Opäť tu je približnosť.

Otázka č. 2: Koľko kvapiek dopadlo na 1 m² záhrady pri daždi, ak napršalo 4 mm vody?

Rozumejú žiaci spojeniu „napršalo 4 mm vody“

Otázka č. 3: Koľko vody je v nádobe, do ktorej napadalo 6000 kvapiek?

V gramoch alebo v litroch?

Celkové postrehy

Myslím si, že kvapka je zaujímavá téma. Možno by stálo za to, spojiť ju z odhadom a s meraním. Potom by ale dažďová kvapka bola nepraktická, praktickejšie je kvapkanie v umývadle.

Začať by sa mohlo odhadom a napríklad aj nasledujúcim vtipom.

Kamila dostala chuť na čapovanú kofolu. Skočila do Bistra kde ju čapujú a oslovila výčapníka: „Dobrý deň. Pán výčapník, čo stojí kvapka kofoly?“ Výčapník na to: „Nič“. „Tak mi nakvapkajte veľkú kofolu.“ Povedala vážne Kamila.

a) otázka: Nevieme, či Kamila uspela, vy skúste odhadnúť koľko kvapiek vody potrebujeme na naplnenie pol litra vody

Najlepšie by bolo, keby si mohli sami odmerať a vypočítať, koľko váži jedna kvapka. Samozrejme dá sa to aj popísať ako meranie iných. Napr.

Janko a Vierka zisťovali priemernú hmotnosť kvapky, ktorá kvapká z Janko si pripravil pohár s objemom (po okraj) 0,6 dl a Vierka 0,5dl. Janko urobil 4 pokusy, Vierka 6 pokusov. Tu sú ich počty kvapiek.

Tabuľka 1 Pokus s objemom 1 kvapky

	1. pokus					6. pokus
Janko	70				-	-
Vierka					63	

Aká priemerná hmotnosť vyšla Jankovi.

Aká priemerná hmotnosť vyšla Vierke.

Aká priemerná hmotnosť vyšla celkove.

Pozor, čísla sú len orientačné.

A teraz môžu nasledovať rôzne otázky ako Koľko kvapiek je v pol litri vody? Dokázal(a) by si zdvihnúť naraz milión kvapiek? Atd'.

Treba vytvoriť priestor na odpovede a počítanie.

Prosím doplniť riešenia jednotlivých otázok.

Táto úloha prešla asi najväčšou zmenou od pôvodného nápadu po definitívnu podobu. Tá je takáto:



Obrázok 6 Kvapka

V škole robili žiaci pokus s kvapkami vody, aby zistili objem 1 kvapky. Mali nakvapkať 3,4 alebo 5 ml vody a počítat' kvapky, svoje zistenia zapísali do tabuľky.

Tabuľka 2 Pokus žiakov s objemom 1 kvapky vody

	Jožko	Vierka	Katka	Martin	spolu
Objem vody v ml	3	5	3	4	15
Počet kvapiek	37	60	37	46	180
Priemerný objem 1 kvapky	0,081	0,083	0,081	0,087	0,083

Nakoniec spolu s p. učiteľkou vyrátali priemerný objem jednej kvapky a vyšiel im zaujímavý výsledok – objem 1 kvapky je asi 0,083 ml. Zuzka, ktorá chodí domov zo školy okolo bistra, kde čapujú kofolu, dostala na ňu chuť, preto vošla dnu a oslovila výčapníka: „Dobrý deň, pán výčapník, čo stojí 1 kvapka kofoly?“ Výčapník na to: „Nič.“ „Tak mi nakvapajte veľkú kofolu.“ Povedala Zuzka.



Obrázok 7 Kofola

Otázka č. 1: Nevieme, či Zuzka uspela, vy skúste odhadnúť, koľko kvapiek vody potrebujeme na naplnenie pol litrového pohára?

- a) 100 až 1 000 kvapiek
- b) 1 000 až 10 000 kvapiek
- c) 10 000 až 100 000 kvapiek
- d) 100 000 až 1 000 000 kvapiek

Odpoveď:

Aj pán výčapník je vtipný človek, a preto Zuzke navrhol toto: “Ak si trúfneš a zodvihneš jednou rukou million kvapiek vody, tak Ti dám veľkú kofolu zadarmo!”

Otázka č. 2: Dokáže to Zuzka?

Výpočet:

Odpoveď:

Povedzme, že by výčapník vyhovel Zuzke a dal by jej zadarmo veľkú kofolu, ktorá nakvapká.

Otázka č. 3: Ako dlho by musela Zuzka čakať na kofolu, ak kvapne každú sekundu 1 kvapka?

Výpočet:

Odpoveď:

Riešenie:

1. - najprv treba premeniť pol litra na 500 ml
- na vypočítanie počtu kvapiek v pol litri vody treba vydeliť objem vody objemom jednej kvapky: $500 : 0,083 = 6024$ kvapiek
2. - treba vyrátať hmotnosť milióna kvapiek:
 $1\ 000\ 000 \cdot 0,083\ \text{g} = 83\ 000\ \text{g} = 83\ \text{kg}$, ak uvažujeme, že 1 ml vody má hmotnosť 1 g
- takže asi nedokáže, lebo sotva dvihne 10 – 15 ročné dievča jednou rukou 83 kg
3. - treba si ujasniť, že veľká kofola má pol litra, čiže 500 ml
- z prvej úlohy je známe, že do 500 ml sa zmestí asi 6024 kvapiek, ak uvažujeme, že kvapky kofoly sú približne rovnako veľké ako kvapky

vody, takže by musela čakať 6024 sekúnd, čo je asi 100 minút a teda 1 hodina a 40 minút, čo by sa jej asi veľmi nechcelo

2.3.2. Testovanie úlohy

Túto úlohu som testovala v dvoch triedach – VIII. C a IX. A.

VIII. C – je to obyčajná, bežná trieda, ktorej žiaci dosahujú priemerné výsledky. Úlohu riešilo 21 žiakov. Úlohu riešili doma, takže im mohol niekto aj pomôcť.

IX.A – je to jazyková trieda, ktorej žiaci dosahujú pomerne dobré, nadpriemerné výsledky. Úlohu riešilo 20 žiakov formou testu, čiže samostatne.

Výsledky boli nasledovné:

1. otázka: Nevieme, či Zuzka uspela, vy skúste odhadnúť, koľko kvapiek vody potrebujeme na naplnenie pol litrového pohára?

Odpovede som rozdelila na správne a nesprávne. Za správnu odpoveď som považovala to, ak žiak správne určil počet kvapiek a za nesprávnu odpoveď všetko ostatné.

VIII. C – počet správnych odpovedí	16	čo predstavuje	76,19%
počet nesprávnych odpovedí	5		23,81 %
IX. A - počet správnych odpovedí	19	čo predstavuje	95%
počet nesprávnych odpovedí	1		5 %

Asi jedinou chybou v tejto otázke bola numerická chyba, čiže pomýlili sa pri delení desatinným číslom.

2. otázka: Dokáže to Zuzka?

Aj v tejto úlohe som odpovede rozdelila iba na správne a nesprávne. Za správnu odpoveď som považovala tú, v ktorej žiak určil ako správnu odpoveď buď 83 litrov, alebo to ešte premenil na 83 kg (s vysvetlením, že pri bežnej teplote má 1 liter vody hmotnosť asi 1 kg), a teda, že to nezdvihne jednou rukou. Ostatné odpovede boli nesprávne.

VIII. C – počet správnych odpovedí	15	čo predstavuje	71,43%
počet nesprávnych odpovedí	6		28,57%
IX. A - počet správnych odpovedí	18	čo predstavuje	90%

počet nesprávnych odpovedí 2 10%

V odpovediach sa vyskytli numerické chyby spôsobené zlým posunutím desatinnej čiarky. Ojedinelý prípad riešenia tejto úlohy bol taký, že žiak vyrátal počet kvapiek v 1 litri vody, a potom milión kvapiek delil počtom kvapiek v 1 litri a dospel k správne výsledku. Zaujímavá bola odpoveď, že 83 litrov sa vmestí do 166 pollitrových pohárov, čo by bol aj technický problém zdvihnúť to. Vtipná bola odpoveď, že nezdvihne, pokiaľ denne neposilňuje.

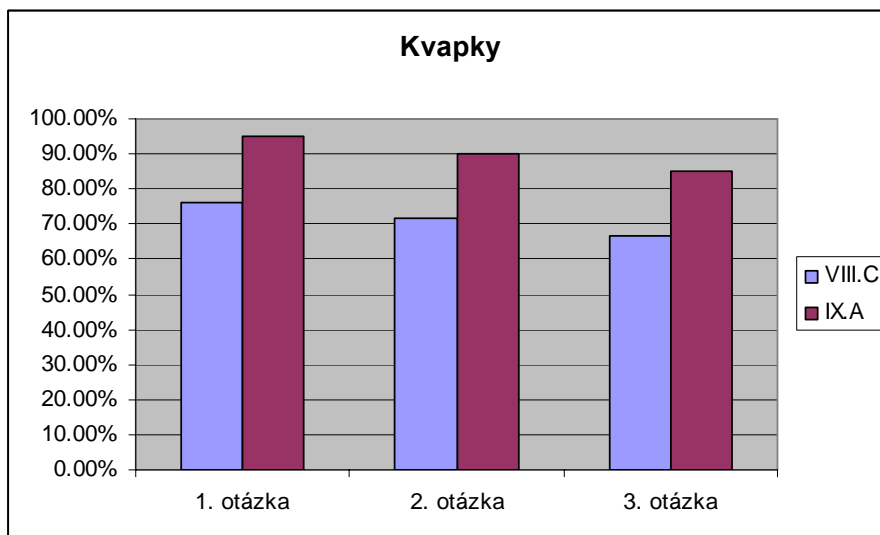
3. otázka: Ako dlho by musela Zuzka čakať na kofolu, ak kvapne každú sekundu 1 kvapka?

Za správnu odpoveď som považovala takú, v ktorej žiak premenil sekundy až na hodiny a minúty. Ak nechal odpoveď v sekundách, nepovažovala som to za správne, pretože ich viem k tomu, aby odpovedali „ľudsky“, čo u mňa znamená tak, ako bežne v živote. (Stretneme sa o 2 hodiny a nie o 7200 sekúnd – príklad). Za nesprávnu odpoveď som považovala aj tú, kde bol výsledok ako desatinné číslo v hodinách – 1,67 hod.

VIII. C – počet správnych odpovedí	14	čo predstavuje	66,67%
počet nesprávnych odpovedí	7		33,33%
IX. A - počet správnych odpovedí	17	čo predstavuje	85%
počet nesprávnych odpovedí	3		15 %

Okrem numerických chýb a „nie ľudských“ odpovedí sa vyskytlo aj jedno zlé, ale zaujímavé riešenie. Žiak vyrátal počet kvapiek v 1 litri, potom premenil 1 hodinu na 3600 sekúnd a nakoniec vydělil počet kvapiek počtom sekúnd, vyšlo mu približne 3,3 „sekundy“ a vôbec mu nevadilo, že tak rýchlo nenačapuje veľkú kofolu ani výčapník, nie že by tak rýchlo nakvapkala.

Táto úloha sa žiakom páčila, považovali ju za zábavnú, a preto by asi mohla byť vhodná aj ako testová. Niektorým nebolo jasné, čo je to veľká kofola, čo sa týka objemu. Asi by bolo dobré ujasniť si to so žiakmi na úvod.



Graf 3 Grafické porovnanie úspešnosti správnych odpovedí oboch tried.

2.3.3. Kódovanie úlohy

Návrh kódovania tejto úlohy som urobila na otázke č. 2: Dokáže to Zuzka?

Cieľom otázky je zistiť, či žiak logicky zváži správnu odpoveď na základe výpočtu.

Správna odpoveď

Žiak správne vypočíta hmotnosť milióna kvapiek vody a následne dá logickú odpoveď: Buď odpovie takto: 83 litrov je veľký objem na to, aby to zdvihlo dievča chodiace do ZŠ, alebo prepočíta objem na hmotnosť, za predpokladu, že 1 liter vody má pri bežnej teplote hmotnosť 1 kg, čiže na 83 kg a to je tiež veľa na to, aby to zdvihlo dievča.

Nesprávna odpoveď

Iná alebo chýbajúca odpoveď.

2.4. Rýchlosti pohybu zvierat

2.4.1. Genéza úlohy

Pomerne značné problémy majú žiaci s premenou akýchkoľvek jednotiek – času, dĺžky, obsahu, objemu, či rýchlosti. Preto by mohol byť pre nich zaujímavý príklad z ríše zvierat. Takto vyzerala úloha pôvodne:

Podľa encyklopédie dokáže gepard vyvinúť maximálnu rýchlosť 120 km/h, medveď 25 km/h, sliepka 8,5 km/h a slimák 0,05 km/h.

Otázka č. 1: Zapiš tieto rýchlosti v m/s

gepard.....
 medveď.....
 sliepka.....
 slimák.....

Otázka č. 2: Za aký čas prejde 1 km - gepard.....
 medveď.....
 sliepka.....
 slimák.....

Zvoľ pri jednotlivých druhoch najvhodnejšiu časovú jednotku.(s, min, h)

Otázka č. 3: Koľkokrát je gepard rýchlejší ako ostatné zvieratá?

Po konzultáciách došlo k zmene a úloha vyzerá takto:



Obrázok 8 Gepard

Janko sa v encyklopédii dočítal, že gepard dokáže vyvinúť maximálnu rýchlosť 120 km/h, ale iba na 600 až 800 m. Korisť loví tak, že sa nepozorovane priplazí čo najbližšie k stádu antilop a vyhlíadne si obeť. Potom z úkrytu vyrazí. Ak nedokáže korisť dobehnúť do 200 m , prestane ju prenasledovať.

Otázka č. 1: Janko chce zistiť, do akej vzdialenosti od antilopy (v metroch) sa musí gepard nebadane dostať, aby mal šancu chytiť ju za 10 sekúnd od kedy ho zbadá? Maximálna rýchlosť antilopy je 80 km/h.

Výpočet:

Odpoveď:.....

Janko sedel na lavičke pri záhradke, keď si všimol, že na múrik vylieza slimák. Sledoval ho a zo zvedavosti, ako dlho mu to potrvá, stopol čas. Slimák preliezol cez múrik vysoký 25 cm a široký 20 cm za 1 minútu a 24 sekúnd. Janka zaujímalo, akou rýchlosťou preliezol slimák cez múrik, pretože v encyklopédii sa dočítal aj to, že slimák vyvinie maximálnu rýchlosť iba 0,05 km/h.

Otázka č. 2: Akou rýchlosťou liezol slimák? Uveďte v km/h.

Výpočet:



Odpoveď:

Otázka č. 3: O koľko skôr by to slimák preliezol, ak by išiel maximálnou rýchlosťou, ktorú uvádza encyklopédia?

Výpočet:

Odpoveď:.....



Riešenie:

1. - najprv by bolo dobre ujasniť si situáciu – predpokladajme, že antilopa okamžite vyrazí maximálnou rýchlosťou, keď zbadá geparda a to isté urobí aj on, takže akési „rozbiehanie“ zanedbáme a pobeží priamočiario od geparda = nebezpečenstvo a on zase priamočiario za ňou = koristiť

- treba premeniť jednotky rýchlosti a vhodne zaokrúhliť:

gepard 120 km/h je po zaokrúhlení 33,3 m/s

antilopa 80 km/h je po zaokrúhlení 22,2 m/s

- ďalej treba vyrátať dráhu geparda a antilopy, ktorú prebehnú maximálnou rýchlosťou za 10 sekúnd: gepard za 10 s prebehne asi 333 m a antilopa asi 222 m, takže sa gepard musí nebadane dostať k antilope na 111 m, aby mal šancu ju chytiť

2. - treba vypočítať dráhu, ktorú prejde slimák pri preliezaní múrika, pozor na to, že musí ísť hore múrikom, cez múrik a dole múrikom, teda $25\text{ cm} + 20\text{ cm} + 25\text{ cm} = 70\text{ cm}$ a premeniť to na 0,7 m

- treba premeniť 1 minútu a 24 sekúnd na 84 sekúnd

- teraz sa môže vypočítať rýchlosť: 0,7 m za 84 s to je po zaokrúhlení 0,0083 m/s a to je opäť po zaokrúhlení 0,03 km/h

- táto otázka dáva možnosť ukázať, ako je vhodné zaokrúhľovať

3. - treba premeniť 0,05 km/h na 0,014 m/s

- potom vypočítať čas, za ktorý touto rýchlosťou prejde cez múrik:

$$0,7\text{ m} : 0,014\text{ m/s} = 50\text{ s}$$

- treba tento čas porovnať s časom z druhej otázky: $84\text{ s} - 50\text{ s} = 34\text{ s}$, maximálnou rýchlosťou by prešiel slimák cez múrik o 34 sekúnd skôr

2.4.2. Testovanie úlohy

Túto úlohu som testovala v dvoch triedach – VI. A a IX. A.

VI. A – je to jazyková trieda, ktorá dosahuje nadpriemerné výsledky, sú veľmi súťaživí a radi riešia zaujímavé úlohy. Úlohu počítalo 26 žiakov, pracovali vo dvojici a mali možnosť pýtať sa, ak niečomu neporozumeli.

IX. A – je to tak isto jazyková trieda, ktorá dosahuje nadpriemerné výsledky. Úlohu riešilo 22 žiakov samostatne formou testu.

1. otázka: Janko chce zistiť, do akej vzdialenosti od antilopy (v metroch) sa musí gepard nebadane dostať, aby mal šancu chytiť ju za 10 sekúnd od kedy ho zbadá? Maximálna rýchlosť antilopy je 80 km/h.

Odpovede som rozdelila na správne, čiastočne správne a nesprávne. Za správnu odpoveď som považovala tú, v ktorej žiak správne premenil rýchlosti geparda aj antilopy, vyrátal dráhy, ktoré prebehnú za 10 sekúnd a správne určil do akej vzdialenosti sa musí gepard nebadane priblížiť. Za čiastočne správnu odpoveď som považovala takú, v ktorej žiak správne premenil rýchlosti, ale zabudol vyrátať dráhy, ktoré prebehnú gepard a antilopa za 10 sekúnd a rovno odrátal čísla, ktoré predstavovali dráhy za 1 sekundu, takže mu vyšiel nesprávny výsledok. Ostatné odpovede som považovala za nesprávne. V tejto úlohe bolo nutné aj zaokrúhľovanie.

VI. A - počet správnych odpovedí	16	čo predstavuje	61,54%
počet čiastočne správnych odpovedí	8		30,77%
počet nesprávnych odpovedí	2		7,69 %
IX. A - počet správnych odpovedí	17	čo predstavuje	77,27%
počet čiastočne správnych odpovedí	2		9,09%
počet nesprávnych odpovedí	3		11,54 %

Najčastejšou chybou bola zlá premena jednotiek, ďalej to, že dobre premenili jednotky, ale zabudli vyrátať dráhy za 10 sekúnd, takže odrátali 33 – 22 a vyšlo im 11 metrov. V šiestej triede sa diskutovalo aj o tom, že antilopa preskočí kríky a gepard ich musí obehnúť, ale pripustili, že to bude asi zanedbateľný rozdiel. Veľmi ma pobavila poznámka jedného žiaka, ktorú považujem za vtipnú, a preto ju spomeniem: „Ak si Janko pozrie na istej televíznej stanici o istom čase Denník divokých mačiek, tak to bude vedieť“. Po premene jednotiek bolo vhodné zaokrúhliť obidve čísla na jedno desatinné miesto, potom vyšli celočíselné dráhy. Ak to žiak neurobil, mal by zaokrúhliť výsledok.

2. otázka: Akou rýchlosťou v km/h liezol slimák?

Odpovede som opäť rozdelila na správne, čiastočne správne a nesprávne. Za správnu odpoveď som považovala tú, v ktorej žiak správne určil dráhu, ktorú musí prejsť slimák a správne vyjadril rýchlosť v km/h. Za čiastočne správnu odpoveď som považovala tú, v ktorej žiak správne určil dráhu, ale urobil chybu pri premieňaní jednotiek rýchlosti, alebo naopak, zle určil dráhu (zabudol, že slimák musí aj zliezť dole múrikom) , ale potom, s tým zlým číslom, dobre vypočítal a premenil jednotky rýchlosti. Za nesprávne odpovede som považovala všetky ostatné.

VI. A - počet správnych odpovedí	14	čo predstavuje	53,85%
počet čiastočne správnych odpovedí	8		30,77%
počet nesprávnych odpovedí	4		15,38 %
IX. A - počet správnych odpovedí	15	čo predstavuje	68,18%
počet čiastočne správnych odpovedí	5		22,73%
počet nesprávnych odpovedí	2		9,09 %

Okrem už spomenutých chýb, že zabudli na to, že slimák musí aj zliezť z múrika a zlej premeny jednotiek rýchlosti, sa vyskytlo aj to, že nepremenili dráhu slimáka z centimetrov na metre a vypočítanú rýchlosť uviedli v m/s, čo nebolo správne. Aj v tejto otázke je na mieste vhodnosť zaokrúhľovania (napríklad: 0,0299 km/h na 0,03 km/h), čo by malo byť samozrejmé (aspoň u deviatakov).

3. otázka: O koľko skôr by to slimák preliezol, ak by išiel maximálnou rýchlosťou, ktorú uvádza encyklopédia?

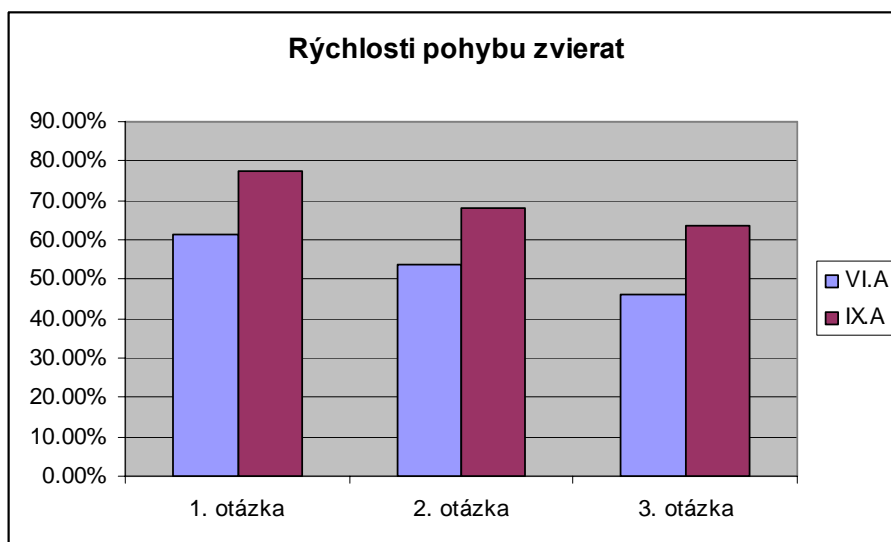
Aj v tejto otázke som rozdelila odpovede na správne, čiastočne správne a nesprávne. Za správnu odpoveď som považovala tú, v ktorej žiak správne premenil jednotky rýchlosti, správne vyrátal čas, za ktorý slimák prejde cez múrik maximálnou rýchlosťou a porovnal s časom z druhej otázky. Za čiastočne správnu som považovala takú odpoveď, v ktorej žiak správne premenil jednotky rýchlosti a správne vyrátal čas, ale ho neporovnal s časom z druhej otázky a ako odpoveď uviedol práve vyrátaný čas.

VI. A - počet správnych odpovedí	12	čo predstavuje	46,15%
počet čiastočne správnych odpovedí	8		30,77%
počet nesprávnych odpovedí	6		23,08%

IX. A - počet správnych odpovedí	14	čo predstavuje	63,64%
počet čiastočne správnych odpovedí	6		27,27%
počet nesprávnych odpovedí	2		9,09%

Chyby v tejto otázke sa odvíjali od chýb v predchádzajúcej otázke. Ak žiak zabudol v predchádzajúcej otázke na to, že slimák musí aj zliezť z múrika, tak aj tu rátal s drahou iba 0,45 m. Ak zabudol premeniť dĺžku dráhy slimáka z centimetrov na metre, tak to urobil aj v tejto otázke. Ďalšou chybou bolo aj to, že žiak zabudol porovnať čas, za ktorý prejde slimák cez múrik maximálnou rýchlosťou s časom z predchádzajúcej úlohy.

Myslím si, že táto úloha môže byť použitá ako testová. Možno by bolo vhodné na úvod si ujasniť, že obe zvieratá vyrazia okamžite maximálnou rýchlosťou (bez rozbehovania) a pohybujú sa priamočiario (viacmenej), čo väčšina žiakov aj považovala za samozrejmé. Na hodinách fyziky počítajú podobné úlohy (pohyb telesa) a tiež majú daný iba jeden údaj, napríklad: rýchlosť auta je 80 km/h, za aký čas prejde... a neuvažujú o rozbiehaní, čo nie je až také zanedbateľné.



Graf 4 Grafické porovnanie úspešností správnych odpovedí oboch tried.

2.4.3. Kódovanie úlohy

Ako ukážku kódovania som si vybrala otázku č. 1: Janko chce zistiť, do akej vzdialenosti od antilopy (v metroch) sa musí gepard

nebadane dostať, aby mal šancu chytiť ju za 10 sekúnd od kedy ho zbadá? Maximálna rýchlosť antilopy je 80 km/h.

Správna odpoveď – 3b

Žiak správne premení jednotky rýchlosti, vyráta dráhy, ktoré prejdú obe zvieratá a následne správne určí vzdialenosť geparda od antilopy.

$120 \text{ km/h} = 33,33 \text{ m/s}$ (správne aj $33,3 \text{ m/s}$), $80 \text{ km/h} = 22,22 \text{ m/s}$ (správne aj $22,2 \text{ m/s}$), $s_1 = 33,3 \cdot 10 = 333 \text{ m}$, $s_2 = 22,2 \cdot 10 = 222 \text{ m}$, $s = 333 - 222 = 111 \text{ m}$

Čiastočne správna odpoveď – 2b

Žiak sa pomýli pri premene jednotiek, ale správne vyráta dráhy oboch zvierat a následne aj vzdialenosť geparda od antilopy.

Čiastočne správna odpoveď – 1b

Žiak správne premení jednotky rýchlosti, zabudne alebo zle vyráta dráhy a následne zle určí vzdialenosť geparda od antilopy. Napr.:

$120 \text{ km/h} = 33,33 \text{ m/s}$ (správne aj $33,3 \text{ m/s}$), $80 \text{ km/h} = 22,22 \text{ m/s}$ (správne aj $22,2 \text{ m/s}$), $s = 33,3 - 22,2 = 11,1 \text{ m}$

Nesprávna odpoveď

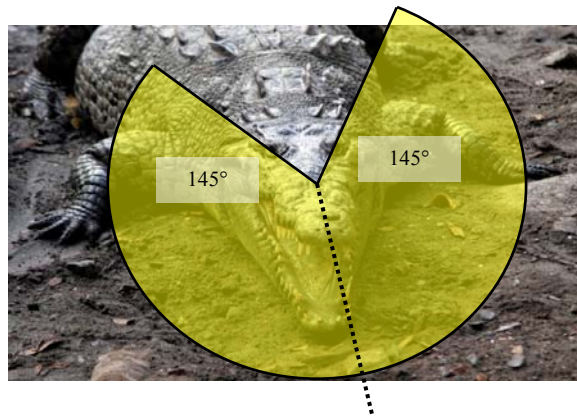
Iná alebo chýbajúca odpoveď.

2.5. Zorné pole

2.5.1. Genéza úlohy

Táto úloha ma zaujala asi preto, že úloh o uhloch z praxe je dosť málo a táto je dokonca z oblasti biológie, čo mňa osobne potešilo. Základné učivo o uhloch sa učí v 5. ročníku ZŠ a táto úloha sa mi zdá veľmi zaujímavá a vhodná aj pre piatokov. Tu je pôvodné znenie úlohy:

Zorné pole je oblasť, ktorú dokážu oči obsiahnuť bez toho, aby sa pohybovali (tj. Pri pohľade fixovanom na jeden bod). Napríklad zorné pole krokodíla má zorný uhol 290° (pozri obrázok). To znamená, že krokodíl vidí čiastočne aj „za seba“, lebo sa mu zle otáča hlava.



Obrázok 9 Zorné pole krokodíla

Otázka č. 1: Aký uhol v stupňoch vyjadruje toto videnie „za seba“?

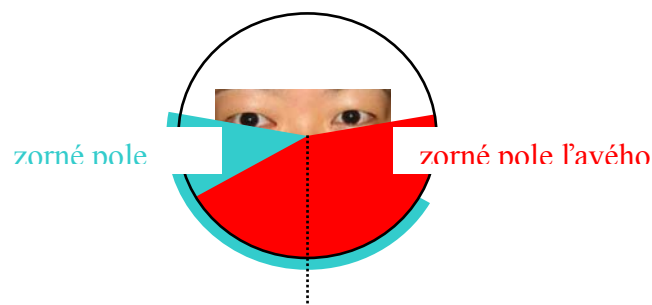
Zorné pole sovy pálenej, ktorá môže dobre otáčať hlavu, je asi 160°.

Otázka č. 2: Načrtnite ho do obrázka.



Obrázok 10 Sova pálená

Uhol celkového zorného poľa človeka (obidvoch očí) je asi 200°. Zorný uhol jedného oka je asi 160°. Prienik zorného poľa pravého a ľavého oka (teda oblasť, ktorú vidíme obidvomi očami súčasne) je oblasť, ktorú dokážeme vidieť priestorovo (trojrozmerné).



Obrázok 11 Zorné pole človeka

Otázka č. 3: Vypočítajte veľkosť zorného uhla oblasti, ktorú vidíme obidvomi očami súčasne.

V porovnaní s človekom má pes celkové zorné pole väčšie, až 240° , ale oblasť, ktorú vidí obidvomi očami súčasne, je menšia, asi 60° .

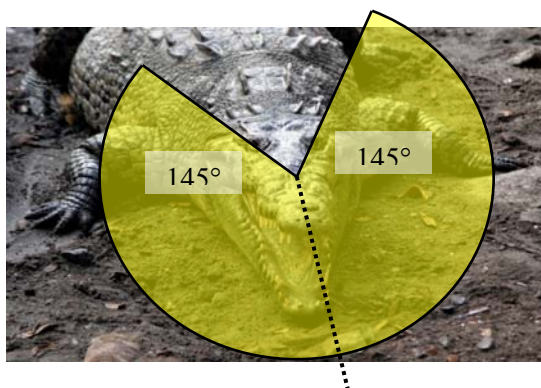


Obrázok 12 Pes

Úloha č. 4: Vypočítajte zorný uhol jedného oka psa.

Túto pôvodnú verziu som po diskusii so žiakmi a kolegami upravila do takejto podoby:

Zorné pole je oblasť, ktorú dokážu oči obsiahnuť bez toho, aby sa pohybovali (tj. pri pohľade fixovanom na jeden bod). Napríklad zorné pole krokodíla má zorný uhol 290° (pozri obrázok). To znamená, že krokodíl vidí čiastočne aj „za seba“, lebo sa mu zle otáča hlava.



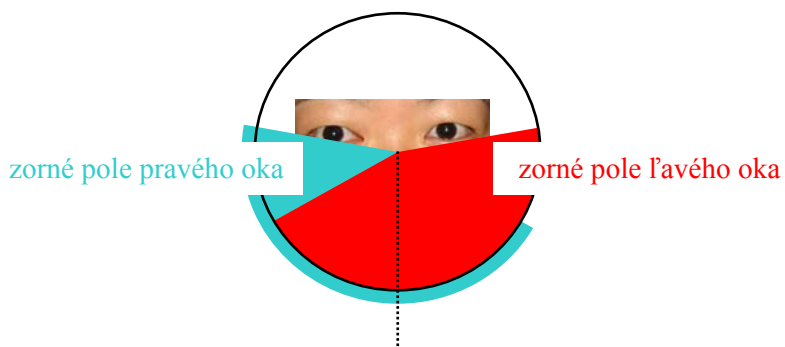
Obrázok 13 Zorné pole krokodíla

Otázka č. 1: Aký uhol v stupňoch vyjadruje toto videnie „za seba“?

Výpočet:

Odpoveď:

Uhol celkového zorného poľa človeka (obidvoch očí) je asi 200° . Zorný uhol jedného oka je asi 160° . Prienik zorného poľa pravého a ľavého oka (teda oblasť, ktorú vidíme obidvomi očami súčasne) je



oblasť, ktorú dokážeme vidieť priestorovo (trojrozmerné).

Obrázok 14 Zorné pole človeka

Otázka č. 2: Vypočítajte veľkosť zorného uhla oblasti, ktorú vidíme obidvomi očami súčasne.

Výpočet:

Odpoveď:

V porovnaní s človekom má pes celkové zorné pole väčšie, až 240°, ale oblasť, ktorú vidí obidvomi očami súčasne, je menšia, asi 60°.

Otázka č. 3: Narysujte do náčrtu celkové zorné pole psa, farebne vyznačte zorné pole pravého a ľavého oka a oblasť, ktorú pes vidí priestorovo, teda trojrozmerné.



Obrázok 15 Náčrt hlavy psa

Otázka č. 4: Vypočítajte zorný uhol jedného oka psa.

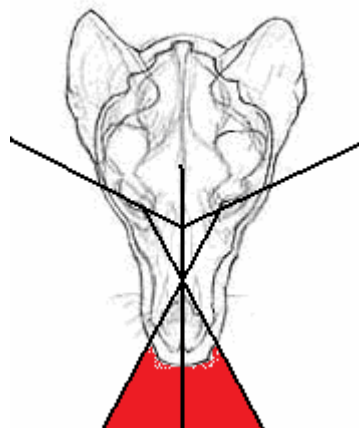
Výpočet:

Odpoveď:

Riešenie:

1. – najprv si treba ujasniť, čo je to videnie „za seba“
 - úloha sa dá riešiť dvomi spôsobmi:
 1. spôsob – určiť celkové zorné pole krokodíla $145^\circ + 145^\circ = 290^\circ$
 - od neho odrátať 180° , to je to, čo vidí „pred sebou“ a ostane 110° , čo predstavuje videnie „za seba“
 - keďže sú dve oči, rozdeliť to na polovicu, takže každým okom vidí „za seba“ asi 55°

2. spôsob – rozdeliť videnie „pred seba“ na polovicu, takže jedným okom vidí krokodíl „pred seba“ 90°
 - zorné pole jedného oka je 145° , keď odrátame 90° , ostane 55° , čo predstavuje videnie „za seba“ jedným okom a toľko isto aj druhým, spolu vidí krokodíl „za seba“ 110°
2. - aj táto úloha sa dá riešiť dvomi spôsobmi:
 1. spôsob – každé oko má zorné pole 160° , takže by obe obsiahli spolu 320° , ak by sa neprekrývali
 - keďže celkové zorné pole oboch očí je iba 200° , tak časť, kde sa obe oči prekrývajú, musí byť $320^\circ - 200^\circ = 120^\circ$
 2. spôsob – celkové zorné pole je 200° , os delí toto pole na dve 100° časti pre každé oko
 - zorné pole jedného oka je 160° , takže ešte 60° prekrýva zorné pole druhého oka a naopak
 - spolu sa zorné polia oboch očí prekrývajú v 120° uhle
3. - najprv treba urobiť os lebky, jedna polovica (120°) celkového zorného poľa psa bude vľavo a druhá polovica vpravo od osi
 - potom treba naniest' 120° uhol od osi na obidve strany tak, aby druhé rameno uhla prechádzalo vonkajším kútikom oka
 - prekrývajúca sa časť zorného poľa má veľkosť 60° , z toho polovica (30°) naľavo od osi a druhá polovica napravo
 - treba zase umiestniť 30° uhol od osi na obe strany tak, aby druhé rameno uhla prechádzalo vnútorným okrajom oka
 - nakoniec treba vyznačiť zorný uhol psa, ktorý vidí obomi očami súčasne



Obrázok 16 Zorné pole psa

4. - nápomocný môže byť obrázok z 3. otázky
 - aby sa určilo zorné pole jedného oka psa, treba zrátať 120° , čo je polovica celkového zorného poľa psa a 30° , čo je polovica zorného poľa, ktoré vidí obomi očami súčasne, takže je to 150°

2.5.2. Testovanie úlohy

Túto úlohu som testovala iba v jednej triede – VIII. C.

VIII. C – je to obyčajná trieda, ktorá dosahuje priemerné výsledky. Úlohu počítalo 26 žiakov a to formou testu. Po napísaní sa vyjadrili, že to bola zaujímavá úloha a nezdala sa im veľmi náročná.

1. otázka: Aký uhol v stupňoch vyjadruje toto videnie „za seba“?

Odpovede som rozdelila na správne a nesprávne. Za správnu odpoveď som považovala tú, v ktorej žiak odpovedal po 55° na obe strany (každým okom), aj takú, v ktorej napísal 110° . Za nesprávnu odpoveď všetky ostatné.

počet správnych odpovedí 20 čo predstavuje 76,92%

počet nesprávnych odpovedí 6 23,08%

Asi jediná chyba, ktorá sa vyskytla, bola numerická, teda zlé odčítanie.

2. otázka: Vypočítajte veľkosť zorného uhla oblasti, ktorú vidíme obidvomi očami súčasne.

Aj v tejto som rozdelila odpovede na správne a nesprávne. Správna odpoveď obsahovala správnu veľkosť zorného poľa oboch očí a nesprávna všetky ostatné.

počet správnych odpovedí 19 čo predstavuje 73,08%

počet nesprávnych odpovedí 7 26,92%

Najčastejšia chyba bola taká, že žiak odrátal od $200^\circ - 160^\circ = 40^\circ$ a to považoval za správnu odpoveď.

3. otázka: Narysujte do náčrtu celkové zorné pole psa, farebne vyznačte zorné pole pravého a ľavého oka a oblasť, ktorú pes vidí priestorovo, teda trojrozmerné.

Odpovede som rozdelila na správne a nesprávne. Za správnu odpoveď som považovala to, ak žiak správne zakreslil zorné polia oboch očí psa, a teda aj časť, ktorú vidí oboma očami súčasne a ostatné odpovede za nesprávne.

počet správnych odpovedí 18 čo predstavuje 69,23%

počet nesprávnych odpovedí 8 30,77%

Najčastejšia chyba bola taká, že po nanesení 120° uhla na obe strany od osi, naniesli 60° na obe strany osi namiesto 30° , čím vzniklo zorné pole, ktoré pes vidí súčasne oboma očami 120° , a to je nesprávne. Boli aj také chyby, ako zlé umiestnenie uhlov a zlé veľkosti uhlov. Zaujímavovo riešil túto úlohu žiak, ktorý si vystrihol dané uhly z papiera a umiestnil ich na obrázok. Úlohu vyriešil správne.

4. otázka: Vypočítajte zorný uhol jedného oka psa.

Odpovede som opäť rozdelila na správne a nesprávne. Správna odpoveď bola tá, v ktorej žiak určil správnu veľkosť zorného poľa jedného oka psa a ostatné odpovede boli nesprávne. V tejto otázke mohli žiaci využiť obrázok z predchádzajúcej úlohy, takže tí, ktorí správne urobili nákres, väčšinou určili aj správnu odpoveď.

počet správnych odpovedí 17 čo predstavuje 65,38%

počet nesprávnych odpovedí 9 34,62%

Najčastejšie chyby robili žiaci, ktorí nesprávne zakreslili uhly v predchádzajúcej otázke a počítali veľkosť uhla zorného poľa jedného oka psa rôznymi (zlými) výpočtami, ako: $240^\circ : 2 = 120^\circ$ a to považovali za správny výsledok, alebo $240^\circ : 2 = 120^\circ$ a k tomu prirátali 60° namiesto 30° , takže im vyšlo 180° , čo je opäť nesprávne.

2.5.3. Kódovanie úlohy

Ako ukážku kódovania úlohy som si vybrala otázku č. 2: Vypočítajte veľkosť zorného uhla oblasti, ktorú vidíme obidvomi očami súčasne.

Správna odpoveď

Žiak správne určí veľkosť uhla, ktorý predstavuje videnie oboma očami súčasne. Môže postupovať rôznymi spôsobmi, ale vyráta správne 120° .

$160^\circ : 2 = 320^\circ$, $320^\circ - 200^\circ = 120^\circ$, alebo

$200^\circ : 2 = 100^\circ$, $160^\circ - 100^\circ = 60^\circ$, $60^\circ \cdot 2 = 120^\circ$

Nesprávna odpoveď

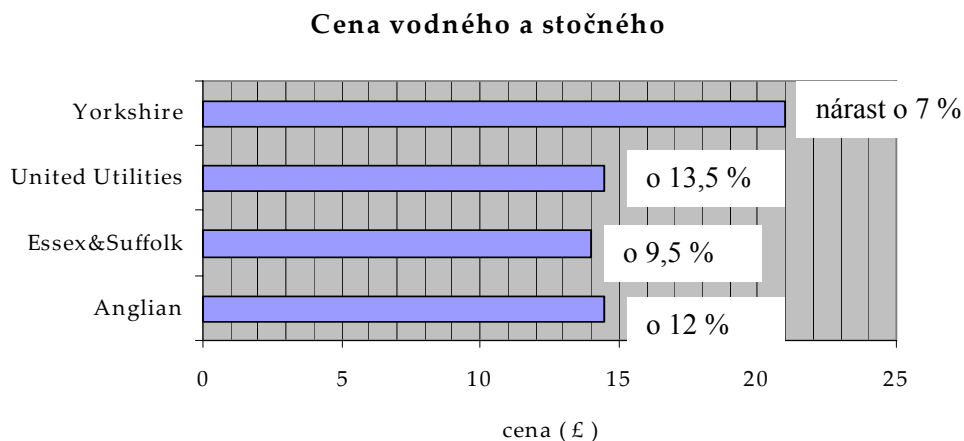
Iná alebo chýbajúca odpoveď.

2.6. Vodné a stočné

2.6.1. Genéza úlohy

Táto úloha ma oslovila, pretože žiaci nemajú dostatok úloh, v ktorých treba čítať z grafu, nájsť potrebné informácie, zorientovať sa v nich a ďalej s nimi pracovať. Takto vyzeralo pôvodné znenie úlohy:

K novinovému článku o raste cien vodného a stočného vo Veľkej Británii bol pripojený graf, na ktorom je pre jednotlivé vodárenské spoločnosti uvedená nová cena vodného a stočného v librách (£) a údaj, o koľko percent je nová cena vyššia ako pôvodná.



Graf 5 Graf z novinového článku

Otázka č. 1: Aká je nová cena vodného a stočného u firmy Yorkshire?

Otázka č. 2: Aká bola pôvodná cena vodného a stočného u tejto firmy?

Cenu udávajte zaokrúhlenú na stotiny libier.

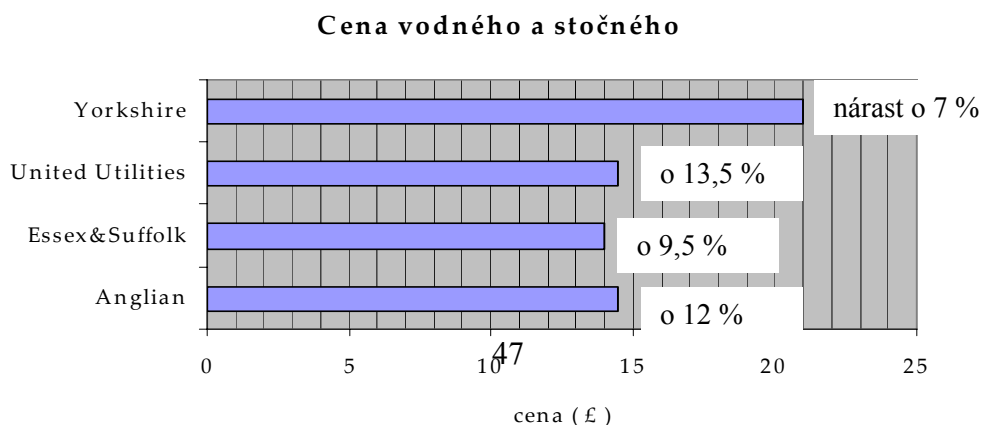
Otázka č. 3: Firms United Utilities a Anglian majú rovnakú novú cenu 14,5 £. Ktorá z nich mala nižšiu pôvodnú cenu? Svoje tvrdenie odôvodnite.

Otázka č. 4: Dá sa z grafu určiť, ktorá firma mala pôvodne najnižšiu cenu vodného a stočného? Svoju odpoveď zdôvodnite.

Otázka č. 5 Dá sa z grafu určiť, u ktorej firmy je najväčší rozdiel medzi novou a pôvodnou cenou? Svoju odpoveď zdôvodnite.

Po odporúčaní konzultanta, že v otázke č. 4 odpovie správne aj ten, kto rozmýšľa nesprávne, došlo k zlúčeniu otázok č. 4 a 5 do jednej a definitívna podoba úlohy je:

K novinovému článku o raste cien vodného a stočného vo Veľkej Británii bol pripojený graf, na ktorom je pre jednotlivé vodárenské



spoločnosti uvedená nová cena vodného a stočného v librách (£) a údaj, o koľko percent je nová cena vyššia ako pôvodná.

Graf 6 Graf z novinového článku

Otázka č. 1: Aká je nová cena vodného a stočného u firmy Yorkshire?

Odpoveď:

Otázka č. 2: Aká bola pôvodná cena vodného a stočného u tejto firmy?

Cenu udávajte zaokrúhlenú na stotiny libier.

Výpočet:

Odpoveď:

Otázka č. 3: Firmy United Utilities a Anglian majú rovnakú novú cenu

14,5 £. Ktorá z nich mala nižšiu pôvodnú cenu? Svoje tvrdenie odôvodnite.

Odpoveď:

Argumentácia:

Otázka č. 4: U ktorej z firiem je najväčší rozdiel medzi novou a pôvodnou cenou?

Výpočet

Odpoveď:

Riešenie:

1. stačí správne odčítať z grafu - 21£
2. ak sa správne odráta z grafu nová cena, ktorá predstavuje 107%, tak sa pôvodná cena vypočíta: 21£.....107%

$$\frac{x \dots\dots\dots 100\%}{\dots\dots\dots}$$

$$x = 19,63£$$

3. – nová cena u firmy United Utilities predstavuje 113,5%, takže treba vyrátať 100%, aby sme určili pôvodnú cenu:

$$14,5£ \dots\dots\dots 113,5\%$$

$$\frac{y \dots\dots\dots 100\%}{\dots\dots\dots}$$

$$y = 12,78£$$

- nová cena u firmy Anglian predstavuje 112%, treba vyrátať 100%, čiže pôvodnú cenu: 14,5£.....112%

$$\frac{z \dots\dots\dots 100\%}{\dots\dots\dots}$$

$$z = 12,95£$$

- porovnaním oboch pôvodných cien sa zistí, že nižšiu pôvodnú cenu mala firma United Utilities $12,78 < 12,95$
- argumentácia – dve rovnaké konečné hodnoty a jedna narástla o viac, takže bola pôvodne menšia

4. - dajú sa využiť výsledky z 1. a 3. otázky

- podobným spôsobom treba dorátať aj pôvodnú cenu u firmy Essex&Suffolk 14£.....109,5%

$$\frac{w \dots\dots\dots 100\%}{\dots\dots\dots}$$

$$w = 12,79£$$

- porovnaním pôvodných cien s novými sa ukáže, že najväčší rozdiel je u firmy United Utilities:

	Pôv.	nová	rozdiel
Y –	19,63	21	1,37
UU -	12,78	14,5	1,72
ES -	12,79	14	1,21
A -	12,95	14,5	1,55

- aj pohľad na graf to potvrdzuje, ide o nárast až o 13,5%

- zaujímavé je zistenie, že firma Yorkshire mala percentuálne menší nárast (o 7%) ako firma Essex&Suffolk (o 9,5%), ale v librách mala väčší - 1,37£ v porovnaní s 1,21£

2.6.2. Testovanie úlohy

Túto úlohu som testoval v dvoch úplne odlišných triedach – IX. B a IX. D.

IX. B – je to matematická trieda, ktorej žiaci dosahujú veľmi dobré, až nadpriemerné výsledky. Úlohu riešilo 17 žiakov formou testu na krúžku.

IX. D – je to pomerne slabá trieda, v ktorej je päť žiakov individuálne integrovaných z matematiky. Úlohu riešilo 16 žiakov formou testu.

1. otázka: Aká je nová cena vodného a stočného u firmy Yorkshire?

Odpovede som rozdelila na správne a nesprávne. Za správnu odpoveď som považovala tú, v ktorej žiak pozorne prečítal text a následne správne určil novú cenu. Ostatné odpovede som považovala za nesprávne.

IX. B – počet správnych odpovedí	15	čo predstavuje	88,24%
počet nesprávnych odpovedí	2		11,76%
IX. D - počet správnych odpovedí	10	čo predstavuje	62,5%
počet nesprávnych odpovedí	6		37,5%

Najčastejšia chyba bola tá, v ktorej žiak nedôsledne prečítal text a následne zle určil novú cenu z grafu. 21£ považoval za pôvodnú cenu a novú vyrátal ako 107% z pôvodnej ceny.

2. otázka: Aká bola pôvodná cena vodného a stočného u tejto firmy?

Cenu udávajúte zaokrúhlenú na stotiny libier.

Aj odpovede v tejto otázke som rozdelila na správne a nesprávne. Odpoveď súvisela s odpoveďou z prvej otázky. Ak žiak správne určil novú cenu z grafu v prvej otázke, tak správne vypočítal aj pôvodnú cenu. Ostatné odpovede boli nesprávne.

IX. B – počet správnych odpovedí	15	čo predstavuje	88,24%
počet nesprávnych odpovedí	2		11,76%
IX. D - počet správnych odpovedí	9	čo predstavuje	56,25%

počet nesprávnych odpovedí 7 43,75 %

Najčastejšou chybou bola tá, že žiak považoval v prvej otázke za pôvodnú cenu 21£ a to určil ako svoju odpoveď v druhej otázke. Vyskytlo sa aj zlé riešenie žiaka z IX. D, ktorý považoval 21£ za 100% a počítal z toho 93%, čo potom považoval za pôvodnú cenu.

3. otázka: Firmy United Utilities a Anglian majú rovnakú novú cenu 14,5 £. Ktorá z nich mala nižšiu pôvodnú cenu? Svoje tvrdenie odôvodnite.

Odpovede som opäť rozdelila na správne a nesprávne. Za správnu odpoveď som považovala takú, v ktorej žiak vypočítal pôvodné ceny a porovnal ich, ale aj takú, v ktorej sa odvolal na graf s komentárom, že ak majú dve firmy rovnaké nové ceny a jedna z nich narástla o viac, tak musela byť pôvodne nižšia. Ostatné odpovede som považovala za nesprávne.

IX. B – počet správnych odpovedí 15 čo predstavuje 88,24%

počet nesprávnych odpovedí 2 11,76%

IX. D - počet správnych odpovedí 8 čo predstavuje 50%

počet nesprávnych odpovedí 8 50%

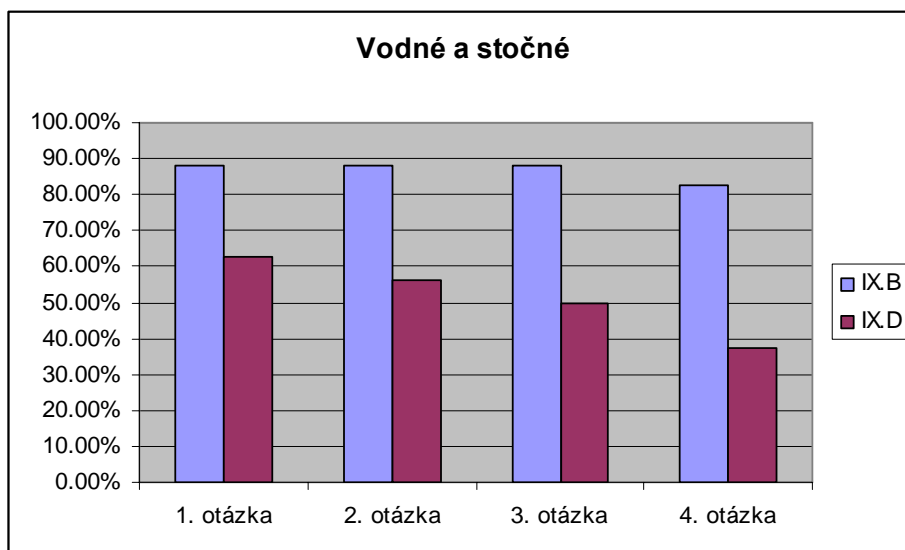
Často sa vyskytla u žiakov IX. D triedy taká chyba, že u oboch firiem považovali novú cenu 14£ za základ a pôvodnú cenu počítali v jednom prípade ako 88% a v druhom prípade ako 86,5% z tohto základu. Mňa osobne najviac prekvapilo, že 14£ považovali za novú cenu ako to bolo v texte otázky a vôbec im nevadilo, že v predchádzajúcich otázkach túto hodnotu z grafu považovali za pôvodnú cenu.

4. otázka: U ktorej z firiem je najväčší rozdiel medzi novou a pôvodnou cenou?

Aj odpovede v tejto otázke som rozdelila na správne a nesprávne. Za správnu som považovala tú odpoveď, v ktorej žiak výpočtami zistil najväčší rozdiel medzi pôvodnou a novou cenou (pritom využil výpočty aj z predchádzajúcich úloh), ale aj tú, v ktorej sa odvolal na graf, že najväčší rozdiel pôvodnej a novej ceny je u firmy s 13,5% nárastom, pretože mal pravdu, aj keď to nemusí vždy platiť. Neplatilo by to, ak by išlo o 7%-ný nárast z veľkého základu, v porovnaní s 13,5%-ným nárastom z malého základu. Ostatné odpovede boli nesprávne.

IX. B – počet správnych odpovedí	14	čo predstavuje	82,35%
počet nesprávnych odpovedí	3		17,65%
IX. D - počet správnych odpovedí	6	čo predstavuje	37,5%
počet nesprávnych odpovedí	10		62,5%

Niektorí žiaci z IX. D vôbec nevedeli, čo majú rátať, alebo počítali nejaké nezmysly. Našla sa aj takáto odpoveď, že najväčší rozdiel medzi pôvodnou a novou cenou je „medzi firmami“ Anglian a United Utilities. Myslím si, že úloha je vhodná ako testová, problém môžu mať slabší žiaci ako s akoukoľvek inou úlohou.



Graf 7 Grafické porovnanie úspešností správnych odpovedí oboch tried.

2.6.3. Kódovanie úlohy

Na ukážku kódovania som si vybrala otázku č. 1: Aká je nová cena vodného a stočného u firmy Yorkshire?

Správna odpoveď

Žiak pozorne prečíta text a správne určí vyčítaním z grafu novú cenu vodného a stočného u firmy Yorkshire - 21£.

Nesprávna odpoveď

Iná alebo chýbajúca odpoveď.

3 Z Á V E R

Vo svojej práci som sa zamerala na tvorbu úloh z matematiky, ktoré chýbajú v našich učebniciach a ktoré nie sú pre našich žiakov bežné. Pri riešení takýchto úloh sú potrebné určité vedomosti a zručnosti, ktoré našim žiakom možno ani nechýbajú, ale chýba im schopnosť použiť to, čo vedia.

V práci som sa snažila využiť svoje dlhoročné skúsenosti a vytvoriť úlohy, ktoré žiakov zaujmú, pretože sú blízke reálnemu svetu. Dost' často som počula na hodinách matematiky pri riešení úloh otázku „na čo nám to v živote bude treba?“. V súčasnej dobe asi neexistuje odpoveď na otázku, aké a ktoré vyučovanie je správne. Dôležitá je voľnosť a tvorivosť pre mnohostrannosť.

Pokúsila som sa vytvoriť niekoľko úloh zameraných na rozvoj matematickej gramotnosti pre prax a ponúknuť svoje poznatky a skúsenosti tým, ktorí prejavia záujem. Okrem samotných úloh som v svojej práci chcela poukázať na to, ako si s nimi poradili žiaci, aké boli najčastejšie nedostatky a problémy pri riešení. Súčasťou mojej práce je aj návrh kódovania úloh, teda ako by bolo možné hodnotiť správnosť, či nesprávnosť riešenia úlohy žiakom.

Na záver by som si dovoľila vysloviť svoj postreh, že žiakov tieto úlohy zaujali, niektoré ich pobavili, s inými sa potrápili, ale ani pri jednej sa nepýtali „na čo nám to v živote bude?“.

LITERATÚRA

Z. Kubáček, F. Kasper, A. Tomachová, P. Koršňáková: PISA SK
Matematická gramotnosť, ŠPÚ, Bratislava 2004

I. Lokšová, J. Lokša: Teória a prax tvorivého vyučovania, ManaCon
Prešov, Košice 2001

I. Lokšová, J. Lokša: Cez relaxáciu k tvorivosti v škole, ManaCon
Prešov, Košice 1996

PRÍLOHY