① Nájdite polomer konvergencie potenčného radu

(a) $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^3+2^n}(x+4)^n$$

(b) $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n^2}}{n!} x^{2n}$$

② Rozložte do Taylorovho radu so stredom v $x_0 = 0$ funkciu:

$$f(x) = x\sin^2(3x) .$$

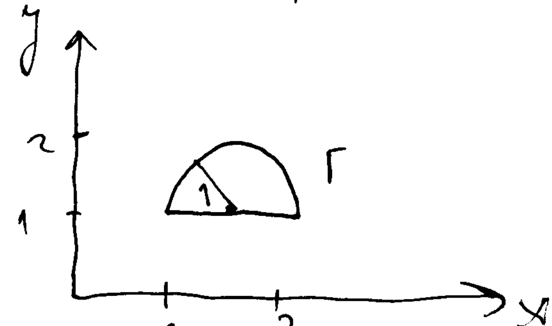
Vypočítajte $f^{17}(0)$.

③ Riešte v tvare potenčného radu počiatočnú úlohu:

$$y''(x) + xy'(x) + 4y(x) = 0$$
$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

Určte polomer konvergencie získaného radu.

④ Vypočítajte $\int_{\Gamma} xy\,ds$, kde Γ je krivka podľa obrázku:



(5) Vypočítajte K. I. 2. druhu:

$$\int_\Gamma (y-x)\,dx + x^2\,dy + xz\,dz$$

kde Γ je krivka daná parametricky $\begin{cases} x = t \\ y = t^2 \\ z = e^{-t} \end{cases}$ $t \in [0,1]$

s orientáciou v zhode s parametrizáciou.

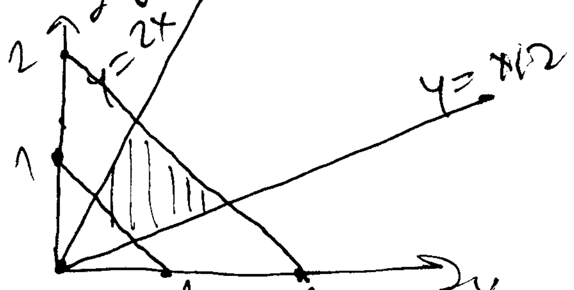
(6) Vypočítajte, ak má zmysel:

$$\int_{(1,1,0)}^{(0,1,0)} x\,dx + (y+z^2)\,dy + 2yz\,dz$$

(7) Nakreslite krivku danú v polárnych súradniciach vzťahom $r = \varphi\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)$, $\varphi \in [0, \frac{\pi}{2}]$ a určite obsah plochy uzavretý touto krivkou.

(8) Zistite polohu ťažiska ~~homogénnej~~ pologule $z \geq 0 \land x^2+y^2+z^2 \leq 9$ ak hustota je daná vzťahom $\rho(x,y,z) = z^3$.

(9) Vypočítajte $\iint_\Omega (x-y)\,dx\,dy$, kde Ω je oblasť podľa obr.:



(10) Vypočítajte:

$$\iiint\limits_{1 \le x^2+y^2+z^2 \le 4} \frac{x^2+y^2-2z^2}{1+x^2+y^2+z^2}\, dx\,dy\,dz$$

(11) Vypočítajte

$$\iiint\limits_{\Omega} z\, dx\,dy\,dz \quad ; \quad \Omega : \begin{cases} z \ge 0 \\ x^2+y^2 \le 1 \\ z \le 1-x^2-y^2 \end{cases}$$

(12) Vypočítajte plošný integrál 1. druhu

$$\iint\limits_{\Sigma} xyz\, dS$$

kde Σ je časť plochy roviny $x+y+3z=0$ ktorá leží vo vnútri eliptického valca

$$y^2 + \frac{z^2}{4} = 1.$$