



**Vyučovanie matematiky v kontexte úloh zo života**

Záverečná práca

**Autor:** Martina Compťová, RNDr.

**Odborný konzultant:** Doc. RNDr. Zbyněk Kubáček, CSc.

Košice  
2008

**Prehlásenie:**

Prehlasujem, že prácu Vyučovanie matematiky v kontexte úloh zo života som vypracovala samostatne iba s použitím dostupných zdrojov uvedených v závere tejto práce.

**Pod'akovanie:**

Za pomoc pri vypracovaní tejto práce ďakujem všetkým, ktorí mi akýmkoľvek spôsobom pomáhali a prispeli k dosiahnutiu cieľa danej práce.

## **OBSAH**

<b>1. ÚVOD</b>	<b>5</b>
<b>2. TEORETICKO-METODOLOGICKÉ VÝCHODISKÁ PRÁCE</b>	<b>6</b>
<b>Matematika a život</b>	<b>6</b>
<b>Metodický postup práce</b>	<b>6</b>
<b>Zhodnotenie literatúry</b>	<b>7</b>
<b>3. APLIKAČNÁ ČASŤ</b>	<b>8</b>
<b>Úloha Záhradkár</b>	<b>8</b>
<b>Úloha Cyklomaratón</b>	<b>10</b>
<b>Úloha Koľko nás bude?</b>	<b>12</b>
Genéza úlohy	12
Testovanie úlohy	20
Návrh a použitie vlastnej metodiky vyhodnocovania úlohy	31
<b>Úloha Basketbalové ihrisko</b>	<b>36</b>
Genéza úlohy	36
Testovanie úlohy	43
<b>Úloha Cesta vlakom</b>	<b>48</b>
Genéza úlohy	48
Testovanie úlohy	54
<b>4. ZÁVER</b>	<b>59</b>
<b>5. ZOZNAM PRÍLOH</b>	<b>61</b>
<b>6. INTERNETOVÉ ZDROJE</b>	<b>62</b>

## 1. ÚVOD

Matematika v živote plní funkciu, ktorú si mnohí ani neuvedomujeme. Pre veľkú časť obyvateľstva je matematika spojenie čísel s istým algoritmom, ktorý je nutné naučiť sa, aby človek úspešne zvládol jednotlivé stupne vzdelania. Učenie často neprináša efekt v prípade života a získané matematické znalosti vie v živote uplatňovať len malé percento ľudí. Matematike a jej súvislostiam so súčasným životom je nutné viesť detí od prvého kontaktu s matematikou. Pre veľkú časť detí je „strašiakom“. Logickému uvažovaniu, snahe sa niečo naučiť, predchádza vo väčšine prípadov strach z hodnotenia a neúspechu. Učiteľ je tlačný učebnými osnovami k prebratiu množstva učiva, a tak často nevzniká priestor pre hru, diskusiu a ďalšie zaujímavé aktivity, ktoré majú deti radi. Práve pre tento fakt patria matematike posledné priečky v oblúbenosti medzi žiakmi. A toto je aj dôvod pre zmenu vo vyučovaní. Uplatnenie úloh z reálneho života by si malo nájsť pevné miesto medzi žiakmi a zaujať ich, aj preto lebo im bude zodpovedaná otázka: „Načo mi to v živote bude?“

Ciele tejto práce možno definovať z viacerých hľadísk. Cieľom teoreticko – metodologických východísk práce je poskytnutie základného pohľadu na prepojenie matematiky a života. Časť obsahu danej práce je venovaná vyhodnoteniu pilotovania vybraných prípravných úloh a skúsenostiam s takýmito úlohami vo vyučovaní. Hlavným cieľom tejto práce je vytvorenie a použitie matematických úloh podporujúcich rozvoj kľúčových kompetencií a matematickej gramotnosti pre reálny život. Na tvorbu a pilotovanie matematických úloh nadväzuje aj ďalší cieľ tejto práce, návrh a použitie vlastnej metodiky vyhodnocovania riešenia úloh tzv. kódovanie úloh.

## 2. TEORETICKO-METODOLOGICKÉ VÝCHODISKÁ PRÁCE

### 2.1 MATEMATIKA A ŽIVOT

Matematické úlohy a život sú dve slová, ktoré prinášajú do matematiky realitu, strhávajú nálepku strachu, averzie a nechuti do učenia, a zároveň vzbudzujú záujem žiakov o učenie.

Hochbruck M. a Sautter J. M. (2001) chcú v článku *Matematika pre život v príklade Počítačovej tomografie* predstaviť prostredníctvom jednoduchých krokov matematikov cestu k riešeniu problémov zo života. Upozorňujú zároveň na možnosť využitia témy ako základu pre projekty v školách, ako aj na nutnosť prepojiť matematiku so životom a život s matematikou. Zdôrazňujú, že veľa technických a prírodovedných inovácií sú bez matematiky nemysliteľné.

Berlínske tézy k vyučovaniu matematiky v článku *Živá matematika* sa taktiež dotýkajú prepojenia výučby matematiky so životom. Do popredia aké má byť matematické vyučovanie stavajú názornosť, motiváciu, interdisciplinárnosť a interaktívnosť. Pri názornosti zdôrazňujú príklady z novín, časopisov a zo života, skúsenosti s riešením matematických problémov, vytváranie matematických postojov a získavanie skúsenosti s jednoduchými matematickými modelmi.

PISA vo svojich záveroch z testovania poukazuje na odtrhnutosť matematiky od života. Svoje stanovisko vyjadruje tým, že matematika a život si idú vlastnou cestou.

Nemenej dôležitý je aj pohľad pedagógov, ktorí sa každý deň stretávajú so žiakmi, v snahe naučiť ich, ale v skutočnosti majú zviazané ruky, pretože často učia témy, ktoré so životom nemajú nič spoločné. Chýba im materiál, ktorý by mohli použiť. Najst' úlohy zo života nie je jednoduchá záležitosť, a napriek tomu, že by nemali chýbať žiadnemu učiteľovi, v skutočnosti je opak pravdou.

### 2.2 METODICKÝ POSTUP PRÁCE

Predpokladanú prácu možno rozdeliť na jednotlivé časti, ktorých vypracovanie podmieňoval metodický postup, ktorý taktiež pozostával z niekoľkých fáz.

Prvú fázu metodického postupu možno stotožniť s jednotlivými školeniami projektu *„Tvorba a použitie matematických úloh podporujúcich rozvoj kľúčových kompetencií*

*a matematickej gramotnosti pre reálny život*“. V rámci tejto fázy bola pozornosť venovaná typom úloh používaných v testovaní PISA, metodike ich hodnotenia, skúsenosti s tvorbou a použiteľnosťou jednotlivých typov úloh, použitie úloh v rámci vyučovania, praktická tvorba, výsledky pilotovania jednotlivých úloh a skúsenosti s ich použitím. Získané a rozšírené vedomosti boli zhrnuté a spracované v druhej časti práce.

Druhá fáza metodického postupu bola zameraná na testovanie vybraných úloh vo vyučovacom procese.

Tvorba vlastných úloh, ich testovanie a návrh hodnotenia riešení vytvorených úloh bolo súčasťou tretej fázy metodického postupu. Tvorbe úloh predchádzal zber vhodných informácií. Neoddeliteľnou súčasťou tretej fázy bol aj celkový prieskum o vhodných témach zo života a diskusia o týchto témach s odborníkmi v danej oblasti. Tento prieskum a následná diskusia boli dôležitým podkladom pre tvorbu matematických úloh. Pre vypracovanie návrhu hodnotenia jednotlivých riešení úloh boli východiskom žiacke riešenia.

Predkladaná práca obsahuje okrem textovej časti, tabuľkovú časť a grafické spracovanie výsledkov. Týmto spôsobom boli zhodnotené aj ciele tejto práce.

Pre vypracovanie práce bol použitý nasledujúci softvér: Microsoft Word, Microsoft Excel, Xara Xtreme.

## **2.3 ZHODNOTENIE LITERATÚRY**

Problematika tvorby matematických úloh s dôrazom na život je v slovenskej literatúre obsiahnutá minimálne. Do popredia sa dostáva hlavne v rámci odboru Matematika. Na Slovensku túto problematiku možno označiť za pomerne novú, a preto aj dostupná literatúra absentuje.

Pri písaní tejto práce som využila hlavne články na internete zo zahraničia, kde je matematika a život riešená prostredníctvom úloh častejšie a nechýba v zaradovaní pri vyučovaní matematiky.

Najaktuálnejšie informácie boli však čerpané z internetových stránok Štatistického úradu Slovenskej republiky, Železníc Slovenskej republiky a stránky Slovenskej basketbalovej asociácie, ktoré boli potrebné k spracovaniu úloh.

### 3. APLIKAČNÁ ČASŤ

#### 3.1 ÚLOHA ZÁHRADKÁR

Úloha Záhradkár (*Príloha 1*) bola jedna zo sady úloh, ktorá sa medzi prvými pilotovala medzi žiakmi. Táto úloha bola testovaná v piatom ročníku základnej školy. Úloha bola pre testovanie zvolená hlavne z dôvodu, že bola zameraná na čítanie z grafu. Učivo matematiky sa v piatom ročníku vôbec nezameriava na čítanie z grafu, pričom práve vtedy vzniká dosť priestoru na takéto získavanie poznatkov. Pred začiatkom testovania bol žiakom vysvetlený postup pri výpočte aritmetického priemeru, ktorý vystupoval v 6. otázke. Žiaci 5. ročníka aritmetický priemer preberajú až v II. polroku školského roka, napriek tomu skúsenosť s počítaním aritmetického priemeru u týchto žiakov nie je neznáma. Pred testovaním úlohy bol žiakom na príklade vysvetlený pojem graf a spôsob čítania z grafu. Úloha Záhradkár bola riešená testovou formou. Každý žiak dostal zadanie. Žiaci sa mali možnosť spýtať v prípade nezrozumiteľnosti textu. Z testovania som napriek vysvetleniu, vylúčila 6. otázku, ktorá ostala na báze dobrovoľnosti.

**Trieda:** V. B

**Počet žiakov:** 23

#### **Vyhodnotenie testovania:**

##### **1. otázka**

Správne ju zodpovedalo 22 žiakov (t. j. 95,7%). Chyba sa vyskytla iba u 1 žiaka, ktorý odčítal z grafu úrodu zo záhona na slnku, nie v tieni.

##### **2. otázka**

Správne ju zodpovedalo 23 žiakov (t. j. 100%).

##### **3. otázka**

Osem žiakov uviedlo na túto otázku správnu odpoveď (t. j. 34,8%). Pre lepšiu prehľadnosť uvádzam nesprávne odpovede a počet žiakov, ktorí nesprávne odpovede uviedli.



Nesprávna odpoveď 15 žiakov (65,2%)	
▶ odpoveď <i>tieň, 16 kg</i>	3 žiaci (13,0%)
▶ odpoveď <i>september</i>	3 žiaci (13,0%)
▶ odpoveď <i>september, tieň</i>	3 žiaci (13,0%)
▶ odpoveď <i>tieň</i>	3 žiaci (13,0%)
▶ odpoveď <i>rovnako</i>	1 žiak (4,3%)
▶ odpoveď <i>september, tieň, 16 kg</i>	2 žiaci (8,7%)

#### 4. otázka

Správnu odpoveď uviedlo spolu 21 žiakov (t. j. 91,3%). Dvaja žiaci za správnu odpoveď považovali mesiac august.

#### 5. otázka

Správne odpovedalo 10 žiakov (t. j. 43,5%). Vo väčšine prípadov išlo o numerické chyby.

Nesprávna odpoveď 13 žiakov (56,5%)	
▶ odpoveď <i>46 kg</i>	2 žiaci (8,7%)
▶ odpoveď <i>28 kg</i>	2 žiaci (8,7%)
▶ odpoveď <i>58 kg</i>	1 žiak (4,3%)
▶ odpoveď <i>56 kg</i>	3 žiaci (13,0%)
▶ odpoveď <i>60 kg</i>	3 žiaci (13,0%)
▶ odpoveď <i>47 kg</i>	2 žiaci (8,7%)

#### 6. otázka

Napriek tomu, že otázka bola na báze dobrovoľnosti, riešilo ju spolu 6 žiakov (26,1%). Správny výsledok uviedli dvaja žiaci. Štyria žiaci mali nesprávny výsledok, ktorý

podmieňoval zlý výsledok v otázke č. 5. Aritmetický priemer bol v prípade týchto žiakov počítaný správne.

Testovanie úlohy trvalo približne 10 – 25 minút. Žiaci nemali počas testovania takmer žiadne otázky. Nejasná bola iba skratka **t. j.**, ktorá im bola vysvetlená počas testovania. Na základe výsledkov testovania možno úlohu zaradiť k pomerne ľahkým. Úloha sa žiakom páčila a pracovali so záujmom. Zaradenie pilotovania úlohy do piateho ročníka som volila najmä z dôvodu motivácie k matematike na II. stupni základnej školy a oživenia vyučovania matematiky.

### 3.2 ÚLOHA CYKLOMARATÓN

Úloha Cyklomaratón (*Príloha 2*) bola podobne ako úloha Záhradkár testovaná v piatom ročníku. Žiaci túto úlohu riešili v štvorčlenných skupinách. Spolu bolo vytvorených 6 skupín. Zaradenie úlohy Cyklomaratón bolo podmienené záujmom o tieto typy úloh zo strany samotných žiakov, ktorí pozitívne ocenili Úlohu Záhradkár.

**Trieda:** V. B

**Počet žiakov:** 24 žiakov

#### **Vyhodnotenie testovania:**

##### **1. otázka**

Na túto otázku vznikli dve odpovede. Dĺžka cyklomaratónu je 80 km alebo 85 km. Tri skupiny (50%) uviedli prvú odpoveď a ďalšie tri skupiny (50%) druhú odpoveď. Správnu odpoveďou na otázku bolo „približne 84 km“, za správnu odpoveď by som považovala odpoveď 85 km, v tom prípade by bola 50% skupín, ktoré odpovedali na danú otázku správne.

##### **2. otázka**

Všetky skupiny (100%) uviedli správne odpovede. Táto otázka bola vypracovaná pomerne rýchlo (cca 1-2 min.).

### 3. otázka

Päť skupín (83,3%) odpovedalo na túto otázku rovnako. Najvyššie položený bod sa nachádza v nadmorskej výške asi 700 m a je približne na 55 km. Jedna skupina (16,7%) odpovedala, že najvyššie položený bod je vo výške 701 m a je približne na 55 km. Pri tejto otázke bola uvedená ako správna odpoveď „Vo výške približne 705 m, približne 55 km od štartu.“ Odpoveď na vzdialenosť bodu na trati bola správna, v prípade všetkých skupín. Problémom bolo zistiť v akej nadmorskej výške sa najvyššie položený bod nachádza. Aj napriek tomu, že žiadna skupina neodpovedala správne na prvú časť otázky hodnotím pozitívne snahu jednej skupiny, ktorá uvažovala nad tým, že bod sa nachádza nad nadmorskou výškou 700 m.

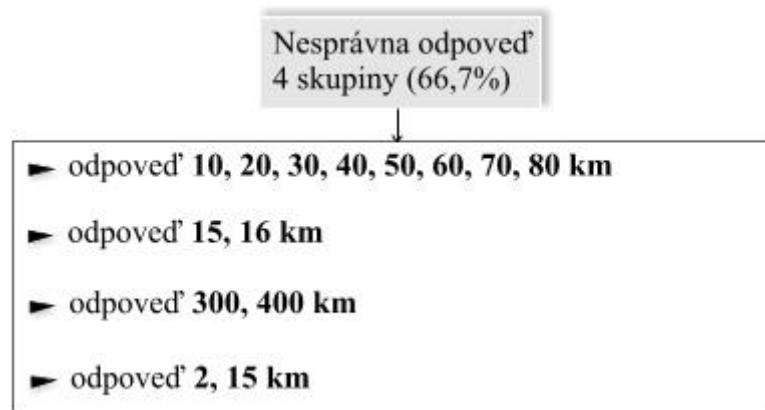
### 4. otázka

Na túto otázku vznikli 4 rôzne odpovede a dve rovnaké odpovede s rôznym postupom riešenia. Riešenie otázky nebolo problematické z hľadiska „ako riešiť“, ale správne odčítať z grafu potrebné údaje. V tabuľke uvádzam prehľad nesprávnych riešení aj s postupom riešenia.

Výškový rozdiel medzi najvyššie a najnižšie položeným bodom na trati je približne ..... m.	
▶ odpoveď <b>310 m</b>	700 m - 390 m
▶ odpoveď <b>480 m</b>	700 m - 220 m
▶ odpoveď <b>644 m</b>	700 m - 56 km
▶ odpoveď <b>398 m</b>	700 m - 302 m
▶ odpoveď <b>398 m</b>	701 m - 303 m
▶ odpoveď <b>400 m</b>	700 m - 300 m

### 5. otázka

Táto otázka sa javila ako najťažšia, žiaci sa zaoberali jej riešením v porovnaní s ostatnými otázkami podstatne dlhšie. Odhadom približne 5-7 minút, čo je zároveň čas trvania riešenia prvých štyroch otázok. O správnych odpovediach je možné uvažovať len v prípade dvoch skupín (33,3%). Riešenie prvej skupiny bolo 20 km, 83 km a druhej skupiny 20 km, 84 km. Pre zaujímavosť uvádzam aj nesprávne odpovede.



Testovanie úlohy trvalo približne 15 – 17 minút aj s prerozdelením do skupín. Skupiny nemali počas riešenia žiadne otázky. Skupiny pracovali sústredene a pomerne rýchlo. Pred testovaním som cielene neupozorňovala na žiadne pomôcky, napriek tomu si 5 skupín (83,3%) pomohlo pravítkom s ryskou. Z analýzy riešenia tejto úlohy vyplýva, že žiakom robí najväčší problém odčítanie z grafu, ktorý sa dá odstrániť pravidelným pracovaním s grafmi.

### 3.3 ÚLOHA KOĽKO NÁS BUDE?

Úloha Koľko nás bude sa dotýka viacerých oblastí života. Možno ju priradiť k demografii, štatistike, geografii a pod.. Poukazuje na hodnoty prirodzeného prírastku a prirodzeného úbytku. Z úlohy plynie množstvo tém na diskusiu. V rámci matematiky dáva údaje, ktoré sú skutočné a súvisia s počtom narodených a zomretých obyvateľov na Slovensku. Žiaci, tak majú možnosť počítať s číslami, ktoré sú v rámci života jedny z veľmi dôležitých v rámci populácie.

#### 3.3.1 Genéza úlohy

Podkladom pre tvorbu úlohy Koľko nás bude? bola prvotná tabuľka. Obsahom boli narodení a zomretí obyvatelia na Slovensku v rokoch 2000 až 2004. Na základe tejto tabuľky postupne vznikali otázky, ktoré sa menili v závislosti od diskusie, návrhov a samotného pokusného testovania zrozumiteľnosti a riešiteľnosti otázok medzi žiakmi. Konečná verzia úlohy Koľko nás bude? vznikla z postupného prepracovania prvej, druhej a tretej verzie úlohy. Z hľadiska tematických celkov predmetu matematika zahŕňa: Operácie s kladnými a zápornými číslami; Aritmetický priemer a graf.

## 1. verzia úlohy

### Koľko nás bude?

Rozdiel medzi počtom narodených a zomretých za určité obdobie sa označuje ako prirodzený prírastok. Môže byť kladný a záporný. V prípade, že je záporný môžeme hovoriť aj o prirodzenom úbytku obyvateľstva.

Tabuľka: Údaje sú za Slovenskú republiku

Rok	Narodení	Zomretí
2000	55 366	52 724
2001	51 344	51 980
2002	51 035	51 532
2003	51 930	52 230
2004	53 958	51 852

**Otázka č. 1:** V ktorých rokoch malo Slovensko prirodzený úbytok obyvateľstva?

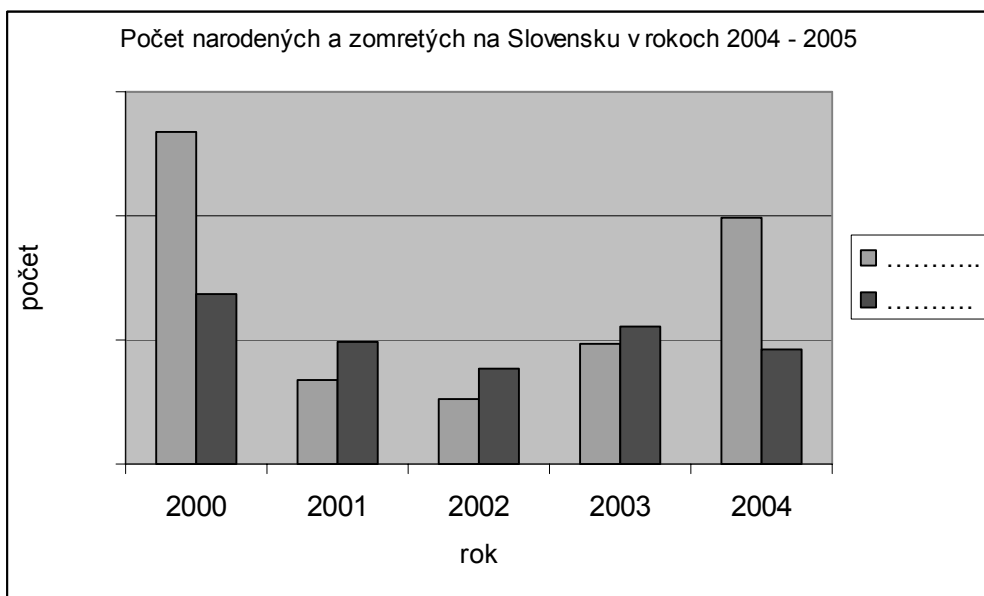
**Otázka č. 2:** Aký bol prirodzený prírastok na Slovensku v rokoch 2000 až 2004?

**Otázka č. 3:** Aký bol priemerný ročný prírastok na Slovensku v rokoch 2000 až 2004?

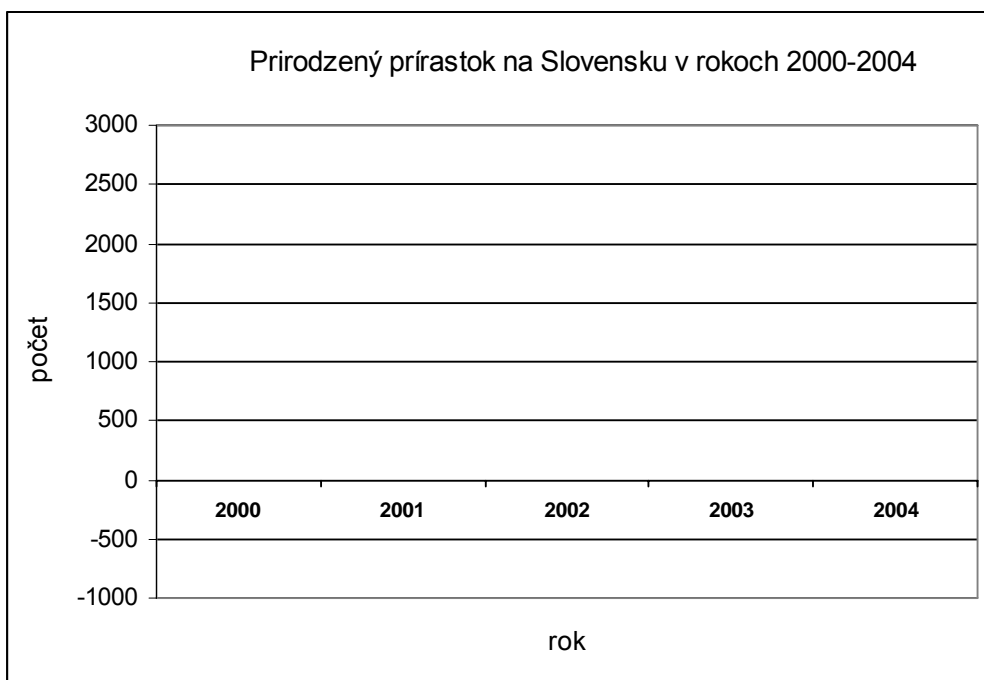
**Otázka č. 4:** Povedal Janko pravdu alebo nie, ak tvrdil, že v roku 2004 pribudlo na Slovensku spolu 2 106 obyvateľov.

- a) Janko mal pravdu
  - b) Janko nemal pravdu
- Svoje tvrdenie zdôvodni.

**Otázka č. 5:** Doplň v grafe chýbajúce údaje (počet na y-osi a popis legendy).



**Otázka č. 6:** Na základe tabuľky, čo najpresnejšie zakreslite spojnicový graf prirodzeného prírastku na Slovensku v rokoch 2000 – 2004.



1. verzia úlohy prešla ďalšou úpravou, na zväžení boli hlavne nasledujúce body:

- v otázke č. 1 napísať nielen roky, v ktorých malo Slovensko prirodzený úbytok, ale aj ich hodnoty
- v otázke č. 2 vznikla nepresnosť v chápaní, žiaci by si mohli spojenie „v rokoch 2000 až 2004“ vysvetliť dvoma spôsobmi, počítaním po jednotlivých rokoch 2000, 2001, 2002, 2003, 2004 alebo počítaním za celé obdobie, teda piatich rokov
- v otázke č. 4 bola najmä formálna chyba, nebolo jasné, či má žiak zaškrtnávať

- otázka č. 5 by mala mať v zadaní, že ide o spracovanú úvodnú tabuľku, vhodné by bolo aj odčítanie údajov z grafu, to by sa zabezpečilo pridaním jedného roku do grafu alebo odobratím jedného roku z tabuľky, dopisovanie údajov do grafu a legendy by bolo taktiež vhodné upraviť najmä v rámci priestoru pre písanie
- spojnicový graf nemusia žiaci poznať, preto by bolo možné načrtnúť časť grafu a žiaci by ho dokončili

Na základe vyššie uvedených bodov vznikla 2. verzia úlohy Koľko nás bude?. Úpravou prešli všetky otázky úlohy. Nezmenila sa charakteristika prirodzeného prírastku ani prirodzeného úbytku. Otázka č. 1 bola zmenená len na hľadanie rokov, v ktorých malo Slovensko prirodzený úbytok a uvedení aj ich hodnoty. Spojenie „v rokoch 2000 až 2004“ bolo nahradené v otázke č. 2 a 3 spojením za celé sledované obdobie. Otázka č. 4 neprešla výraznou zmenou. Naopak otázka č. 5 bola z úlohy úplne vynechaná. Zmena otázky č. 6 bola podmienená neskúsenosťou žiakov so spojnicovými grafmi, a preto bola zadanie zmenené na dokreslenie spojnicového grafu. Z popísaných zmien vznikla uvedená 2. verzia úlohy Koľko nás bude.

## 2. verzia úlohy

### KOĽKO NÁS BUDE

Rozdiel medzi počtom živonarodených detí a zomretých osôb za určité obdobie sa označuje ako prirodzený prírastok. Môže byť kladný a záporný. V prípade, že je záporný môžeme hovoriť aj o prirodzenom úbytku obyvateľstva.

Tabuľka: Údaje sú za Slovenskú republiku

Rok	Živonarodení	Zomretí
2000	55 151	52 724
2001	51 136	51 980
2002	50 841	51 532
2003	51 713	52 230
2004	53 747	51 852
2005	54 430	53 475

**Otázka č. 1:** V ktorom zo sledovaných rokov malo Slovensko prirodzený úbytok? Napíšte rok aj hodnotu prirodzeného úbytku.

Odpoveď: .....

**Otázka č. 2:** Aký bol prirodzený prírastok na Slovensku za celé sledované obdobie.

Odpoveď: .....

Výpočet:

**Otázka č. 3:** Aký bol priemerný ročný prirodzený prírastok na Slovensku za celé sledované obdobie.

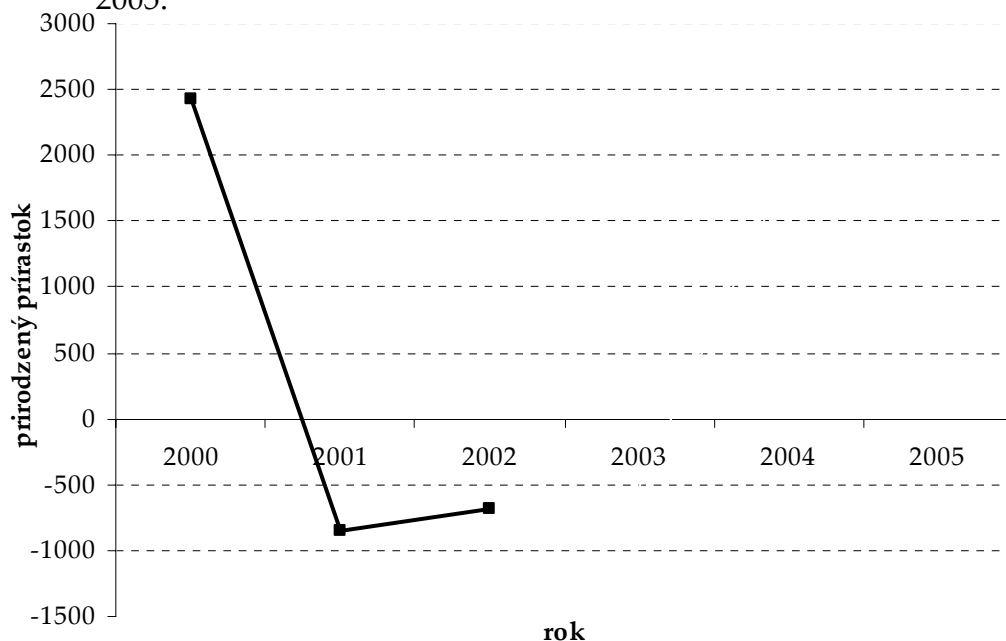
Odpoveď: .....

**Otázka č. 4:** Novinár uviedol v článku, že na Slovensku pribudlo v roku 2004 spolu 2 016 obyvateľov. Mal pravdu? Zakrúžkujte správnu odpoveď a svoje tvrdenie vysvetlite.

Odpoveď: áno – nie

Vysvetlenie:

**Otázka č. 5:** Na základe uvedenej tabuľky, čo najpresnejšie dokreslite spojnicový graf prirodzeného prírastku na Slovensku od roku 2000 do roku 2005.





2. verzia úlohy bola taktiež konzultovaná a z diskusii vznikli ďalšie návrhy resp. úpravy:

- v otázke č. 1 sú riešením 3 roky, je možné uvažovať len o hľadaní jedného roka a jednej hodnoty (napr. posledný rok, v ktorom malo Slovensko prirodzený úbytok a uviesť aj jeho hodnotu), ide najmä o to, či žiaci z úvodného textu pochopili, čo je prirodzený úbytok; v prípade, že by ostalo znenie úlohy s hľadaním troch rokov, je možné to ošetriť otázkou nájsť všetky riešenia a vymedziť priestor na výpočet
- v otázka č. 4 vznikla diskutabilná situácia, čo ak by náhodou novinár pravdu mal, žiaci by si vtedy nemuseli uvedomiť, že počet obyvateľov na Slovensku nemusí ovplyvňovať iba prirodzený prírastok; preto návrh na úpravu bol najmä v znení otázky Mal pravdu? a zamenení otázky „Uvažoval novinár správne, keď len na základe uvedenej tabuľky usúdil, aký počet obyvateľov na Slovensku pribudol.
- v otázke č. 5 ujasniť pojem dokresliť, či majú dorysovať alebo spraviť náčrt

Okrem návrhov k otázkam boli aj všeobecné návrhy na rozšírenie alebo úpravu úlohy. Jedným z návrhov k druhej verzii bolo zmeniť počet rokov v tabuľke zo 6 rokov na 3 alebo 4 roky, čím by sa znížila časová náročnosť úlohy. Druhý návrh k tejto verzii bolo rozšírenie úlohy o otázku, ktorej riešením by bol údaj odčítaný z grafu, t. z. v tabuľke by sa zatajil údaj živonarodených alebo zomretých, ktorý by následne museli žiaci z grafu odhadnúť.

Do tretej verzia úlohy Koľko nás bude boli zapracované prvky, ktoré vyplývali z vyššie popísaných návrhov. Zmena nastala v počte sledovaných rokov, bol vynechaný rok 2000, čím sa počet rokov znížil. Táto zmena viedla k vzniku otázky č. 6, ktorá bola zameraná na odhad počtu zomretých v roku 2000, tento údaj bolo potrebné odčítať z grafu cez hodnotu prirodzeného prírastku. Otázka č. 5, 3 a 2 ostali bez výraznej zmeny. Aby otázka č. 4 nebola ovplyvnená náhodnosťou, bola obmenená otázka „Mal pravdu?“ za otázku „Uvažoval novinár správne, keď len na základe uvedenej tabuľky usúdil ako sa zmenil počet obyvateľov na Slovensku?“. V otázke č. 1 bolo dôležitejšie, aby žiaci pochopili, čo je prirodzený úbytok, a preto nebolo nutné hľadať všetky riešenia. Táto otázka preto rieši len jeden rok, konkrétne posledný rok, v ktorom malo Slovensko prirodzený úbytok, žiaci majú uviesť aj jeho hodnotu. Na základe týchto zmien vznikla 3. verzia úlohy.

### 3. verzia úlohy

## KOLKO NÁS BUDE

Rozdiel medzi počtom živonarodených detí a zomretých osôb za určité obdobie sa označuje ako prirodzený prírastok. Môže byť kladný a záporný. V prípade, že je záporný môžeme hovoriť aj o prirodzenom úbytku obyvateľstva.

Tabuľka: Údaje sú za Slovenskú republiku

Rok	Živonarodení	Zomretí
2001	51 136	51 980
2002	50 841	51 532
2003	51 713	52 230
2004	53 747	51 852
2005	54 430	53 475

**Otázka č. 1:** V ktorom zo sledovaných rokov malo Slovensko naposledy prirodzený úbytok? Napíšte rok aj hodnotu prirodzeného úbytku.

Odpoveď: .....

**Otázka č. 2:** Aký bol prirodzený prírastok na Slovensku za celé sledované obdobie.

Odpoveď: .....

Výpočet:
----------

**Otázka č. 3:** Aký bol priemerný ročný prirodzený prírastok na Slovensku za celé sledované obdobie.

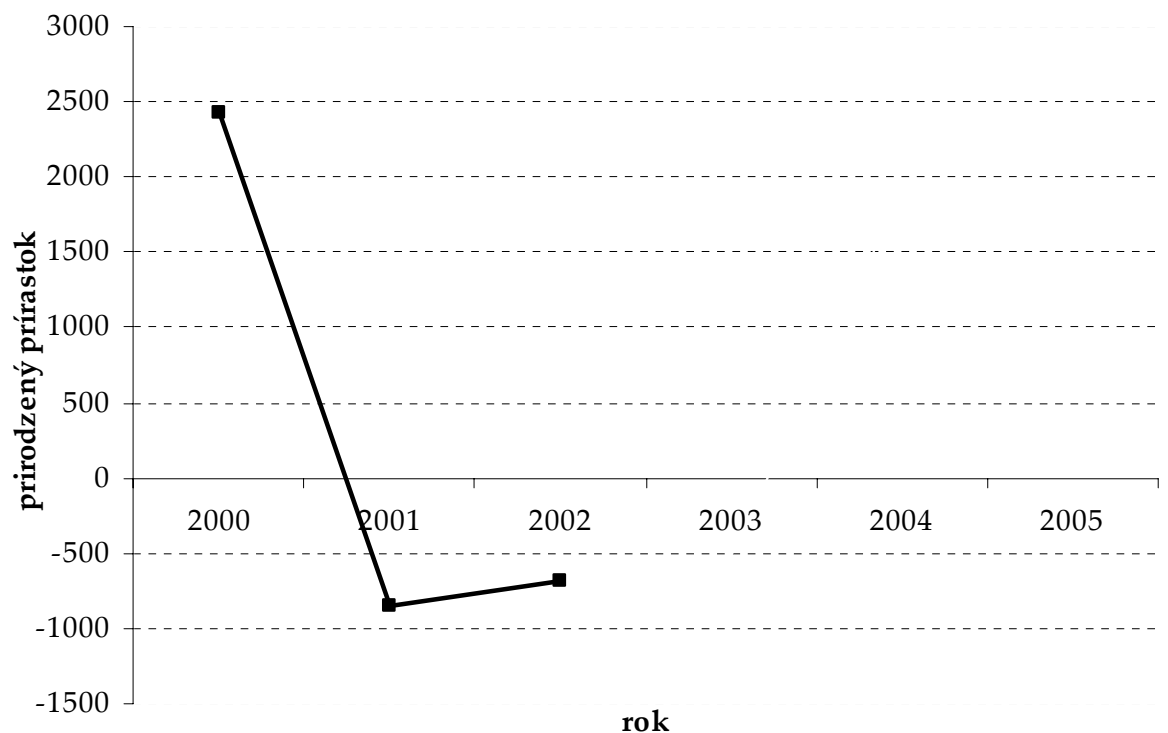
Odpoveď: .....

**Otázka č. 4:** Novinár uviedol v článku, že na Slovensku pribudlo v roku 2004 spolu 2 016 obyvateľov. Uvažoval novinár správne, keď len na základe uvedenej tabuľky usúdil ako sa zmenil počet obyvateľov na Slovensku? Zakrúžkujte správnu odpoveď a svoje tvrdenie vysvetlite.

Odpoveď: áno – nie

Vysvetlenie:

**Otázka č. 5:** Na základe uvedenej tabuľky, čo najpresnejšie načrtnite spojnicový graf prirodzeného prírastku na Slovensku od roku 2000 do roku 2005.



**Otázka č. 6:** Na základe priloženého grafu (otázka č. 5) odhadnite, čo najpresnejšie chýbajúci údaj v tabuľke.

Rok	Živonarodení	Zomretí
2000	55 151	?

Odpoveď: .....

Tretia verzia úlohy prešla pred testovaním úlohy už len minimálnymi úpravami. Úpravy nastali len v otázke č. 5, kde žiaci majú graf dorysovať a nie načrtnúť a pod úvodnou tabuľkou bol uvedený zdroj informácií.

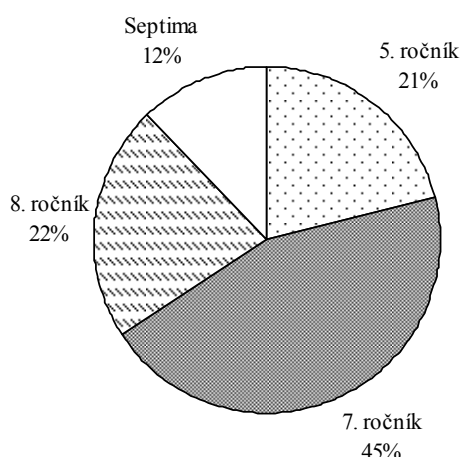
Štvrtú (finálnu) verziu úlohy spolu s riešením a komentármi pre učiteľa prikladám ako *Prílohu 4*.

### 3.3.2 Testovanie úlohy

Finálna verzia úlohy bola testovaná v siedmom, ôsmom ročníku a septime osemročného gymnázia. Časť úlohy bola testovaná aj v piatom ročníku.

**Graf 1** Percentuálne zastúpenie žiakov testovaných ročníkov

**Percentuálne zastúpenie žiakov testovaných ročníkov**



#### **5. ročník**

Úloha bola testovaná v V. B triede. Ide o triedu s počtom žiakov 24, z toho 7 žiakov je s vývinovými poruchami učenia a 1 žiak je zdravotne telesne postihnutý. Táto trieda je klasickou triedou. V triede je skupina detí, ktoré sa pri prerozdelení v II. ročníku nedostali do triedy s rozšíreným vyučovaním cudzích jazykov (jazykový variant). Napriek tomu, že sa táto informácia nemusí javiť ako dôležitá, zdôvodním jej uvedenie v závere tejto práce pri porovnaní testovania v jednotlivých typoch tried.

Zadanie a zmeny v úlohe: Úlohu som najprv zadala žiakom formou testu. Chcela som poznať aké stanovisko žiaci k úlohe zúčastní. Po pár minútach napriek testovej forme

vznikli problémy, pretože žiaci nerozumeli už úvodnému textu. Mala som pripravenú aj ďalšiu verziu úlohy, pretože som očakávala, že pre žiakov piateho ročníka môže byť táto úloha ťažká.

### Upravená verzia úlohy Koľko nás bude?

## KOĽKO NÁS BUDE

Ak sa na Slovensku narodí 500 detí a 360 ľudí zomrie povieme, že na Slovensku bol *prirodzený prírastok* 140 ľudí.

Naopak ak sa na Slovensku narodí 200 detí a 350 ľudí zomrie povieme, že na Slovensku bol *prirodzený úbytok* 150 ľudí.

Tabuľka: Údaje sú za Slovenskú republiku

Rok	Živonarodení	Zomretí
2001	51 136	51 980
2002	50 841	51 532
2003	51 713	52 230
2004	53 747	51 852
2005	54 430	53 475

[www.statistics.sk](http://www.statistics.sk)

**Otázka č. 1** V ktorom z rokov uvedených v tabuľke malo Slovensko naposledy prirodzený úbytok? Napíšte rok aj hodnotu prirodzeného úbytku.

Odpoveď: .....

**Otázka č. 2** Aký bol prirodzený prírastok na Slovensku za celé sledované obdobie, od roku 2001 do roku 2005.

Odpoveď: .....

Výpočet:
----------

**Otázka č. 3** Aký bol priemerný ročný prirodzený prírastok na Slovensku za celé sledované obdobie, od roku 2001 do roku 2005.

Odpoveď: .....

**Otázka č. 4** Novinár uviedol v článku pre nemenovaný denník: „Na Slovensku pribudlo v roku 2004 spolu 1 895 obyvateľov. Uvažoval novinár správne, keď len na základe uvedenej tabuľky usúdil ako sa zmenil počet obyvateľov na Slovensku v roku 2004? Zakrúžkujte správnu odpoveď a svoje tvrdenie vysvetlite.

Odpoveď: áno – nie

Napriek prepracovaniu úvodu a zníženiu počtu otázok pri testovaní v piatom ročníku, úlohu nevypracoval správne ani jeden žiak. Napriek tomu, že pracovali približne 15 minút postupne to začali vzdávať. Úlohu sa podarilo čiastočne správne vyriešiť iba jednej žiačke. Jej riešenie prikladám ako *Prílohu 4*. Z toho dôvodu testová forma prešla do diskusie. Diskusia trvala približne 25 minút. Z analýzy diskusie som usúdila, že so žiakmi piateho ročníka je možné riešiť úlohu len na hraní sa s tabuľkou. Žiaci si sami našli dostatok otázok na riešenie. Uvádzam možné otázky do diskusie pre žiakov piateho ročníka, pre zaujímavé zvládnutie tejto úlohy s mladšími žiakmi. Prácu s tabuľkou je možné realizovať formou hry.

- Čo je to prirodzený prírastok
- Čo je to prirodzený úbytok
- Koľko detí sa narodilo v jednotlivých rokoch (2001, 2002, 2003, 2004, 2005)
- Koľko ľudí zomrelo v jednotlivých rokoch (2001, 2002, 2003, 2004, 2005)
- Koľko detí sa narodilo na Slovensku od roku 2001 do roku 2005
- Koľko ľudí zomrelo na Slovensku od roku 2001 do roku 2005
- Kto odhalí rýchlo spôsob, či bol v danom roku prirodzený prírastok alebo úbytok
- V ktorých rokoch bol na Slovensku prirodzený prírastok
- V ktorých rokoch bol na Slovensku prirodzený úbytok
- V ktorom roku sa narodilo najviac (najmenej) detí
- V ktorom roku zomrelo najviac (najmenej) ľudí
- V ktorom roku bol najväčší (najmenší) prirodzený úbytok
- V ktorom roku bol najväčší (najmenší) prirodzený prírastok
- Počet ľudí na Slovensku ovplyvňujú len narodené deti a zomretí alebo iný jav
- Za celé sledované obdobie bol na Slovensku prirodzený prírastok alebo úbytok

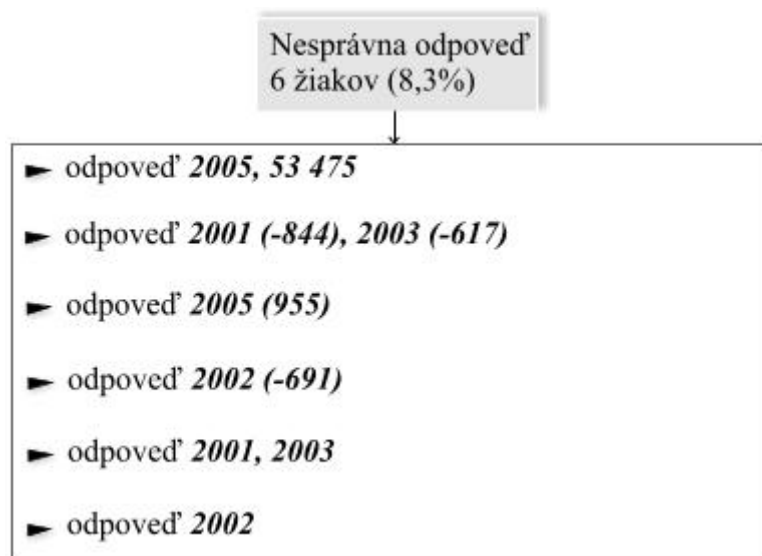
## 7. ročník

Úloha bola testovaná v dvoch triedach 7. ročníka, VII. A (trieda s rozšíreným vyučovaním cudzieho jazyka) s počtom žiakov 30 a VII. B (klasická trieda) triede s počtom žiakov 21. Tieto dve triedy vznikli prerozdelením žiakov po IV. ročníku. Spolu úlohu riešilo 51 detí.

VII. A trieda je trieda, ktorá je síce triedou s výborným prospechom. Žiaci sú cieľavedomí, snaživí ale zameraní skôr humánne. Úloha sme riešili spoločne. Úlohu spolu riešilo 25 žiakov.

### 1. otázka

Správnu odpoveď uviedlo 14 žiakov (56%). Päť žiakov (35,7%) odpovedalo správne iba na prvú časť otázky (rok), hodnota prirodzeného úbytku u týchto žiakov chýbala. V prípade zvyšných žiakov (8,3%) bolo 6 rôznych odpovedí. Pre lepšiu prehľadnosť ich uvádzam v nasledujúcom prehľade.



### 2. otázka

V tejto otázke vznikla dosť veľká chybovosť. Len štyria žiaci (16%) odpovedali správne. Nesprávna odpoveď jedného žiaka (4%) bola spôsobená numerickou chybou pri výpočte. Prevažovali však žiaci s nesprávnymi odpoveďami. Piaty žiaci (20%) túto otázku vôbec neriešili.

Nesprávna odpoveď 15 žiakov (60%)		
▶ odpoveď	2 850	7 žiakov ( 28%)
▶ odpoveď	4 902	3 žiaci (12%)
▶ odpoveď	261 867	5 žiakov (20%)

### 3. otázka

Bola zameraná na výpočet aritmetického priemeru. Správne odpovedalo len 5 žiakov (20%). Traja žiaci (12%) delili nesprávny celkový prirodzený prírastok číslom dva (2 850:2). Desiati žiaci (40%) sa nepokúsili ani o riešenie, nevedeli riešiť danú otázku. Siedmi žiaci (28%) uviedli správny postup pri riešení priemerného ročného prirodzeného prírastku za celé sledované obdobie (delenie číslom 5), delili však nesprávny celkový prirodzený prírastok, pretože využili odpoveď predchádzajúcej otázky.

### 4. otázka

V riešení tejto otázky prevažovala odpoveď „áno“ (60%), iba v šiestich prípadoch (24%) bola podložená vysvetlením, ktoré vyplývalo z výpočtu (živonarodení mínus zomretí za rok 2004). Odpoveď „nie“ bez vysvetlenia bola riešením u deviatich žiakov (36%). Jeden žiak (4%) na otázku neodpovedal.

### 5. otázka

Narysovať graf sa podarilo správne 13 žiakom (52%). Sedem žiakov (28%) graf nerysovalo. Päť žiakov (20%) narysovalo graf nesprávne. Nesprávnosť narysovania grafu podmieňoval vo väčšine prípadov chybný výpočet prirodzeného prírastku.

### 6. otázka

Túto otázku nevyriešil ani jeden žiak (0%).

VII. B je klasická trieda. Prospech v tejto triede je priemerný. Úloha bola v tejto triede taktiež riešená spoločne cez diskusiu s 21 žiakmi.

**1. otázka:** 61,9% žiakov odpovedalo v tejto triede správne.



Nesprávna odpoveď 8 žiakov (38,1%)		
▶ odpoveď	<b>2003</b>	1 žiak
▶ odpoveď	<b>2004; 1 895</b>	1 žiak
▶ odpoveď	<b>2003; 51 532</b>	1 žiak
▶ odpoveď	<b>2001 (-844); 2003 (-517)</b>	1 žiak
▶ odpoveď	<b>2005; 955</b>	3 žiaci
▶ odpoveď	<b>2001; -844</b>	1 žiak

### 2. otázka

47,6% žiakov odpovedalo správne. Pri riešení tejto otázky žiaci uviedli tri rôzne nesprávne odpovede. Štyria žiaci túto otázku vôbec neriešili.

Nesprávna odpoveď 7 žiakov (33,3%)		
▶ odpoveď	<b>4 902</b>	4 žiaci (19,1%)
▶ odpoveď	<b>2 850</b>	2 žiaci (9,5%)
▶ odpoveď	<b>261 867</b>	1 žiak (4,7%)

### 3. otázka

Pri riešení tejto otázky vznikli tri prístupy k hľadaniu riešenia. Prvú skupinu tvorili žiaci, ktorí zopakovali bez výpočtu odpoveď z otázky č. 2 (23,8%). Druhú skupinu tvorili žiaci, ktorí danú otázku neriešili (28,6%). Tretia skupina žiakov správne pristúpila k riešeniu priemerného ročného prírastku za celé sledované obdobie (47,6%). Piaty žiaci využili nesprávny výsledok z druhej otázky, v dôsledku čoho im vyšlo nesprávne riešenie. Otázku správne vyriešilo teda len 23,8% žiakov.

### 4. otázka

85,7% žiakov odpovedalo na otázku „áno“. Zo žiakov, ktorí uviedli túto odpoveď len dvaja žiaci (11,1%) svoju odpoveď aj zdôvodnili (vychádzali pritom z tabuľky a rozdielu

živonarodených a zomretých v roku 2004). Dvaja žiaci (9,5%) k otázke neuviedli žiadne riešenie a jeden žiak odpovedal „nie“ bez vysvetlenia.

### **5. otázka**

76,2% žiakov sa podarilo zostrojiť graf. Šesť žiakov (37,5%) graf nenarysovalo, ale iba načrtlo. Chybovosť grafov spočívala najmä v nesprávnom výpočte prirodzeného prírastku alebo znázorňovania záporných čísel. Nesprávne žiacke riešenia uvádzam aj pri návrhu hodnotenia otázky č. 5 v podkapitole 3.3.3 Návrh a použitie vlastnej metodiky vyhodnocovania úlohy.

### **6. otázka**

61,9% žiakov odhadlo počet zomretých v roku 2000. Správny odhad urobil jeden žiak (4,8%). Žiakom nerobilo problém odčítať z grafu prirodzený prírastok a následne z hodnoty živonarodených v roku 2000 určiť počet zomretých. Rozdielne hodnoty zomretých podmieňovalo nepresné odčítanie prirodzeného prírastku z grafu. V šiestich prípadoch (28,6%) žiaci odčítali z grafu hodnotu 2 500, t. z., že hodnota zomretých u týchto žiakov bola 52 651. Uvádzam množinu ďalších odpovedí pre hodnotu zomretých.

$$\text{Hodnota zomretých} = \{53\ 154, 53\ 151, 56\ 000, 49\ 660, 52\ 251, 55\ 962\}$$

## **8. ročník**

Úloha Koľko nás bude bola ešte testovaná v VIII. A triede s počtom žiakov 26, ide o klasickú triedu. Úloha bola riešená v skupinách (dvojice). Spolu bolo vytvorených 13 dvojíc. Úloha bola zadaná na samostatnú prácu, ale žiaci sa v prípade nezrozumiteľnosti mali možnosť poradiť s učiteľom.

### **1. otázka**

Správne otázku riešili všetky skupiny (100%), nebol problém ani v riešení posledného roku, v ktorom malo Slovensko prirodzený úbytok, ani v určení hodnoty úbytku. Pri tejto otázke väčšina skupín potrebovala overenie u učiteľa, o správnosti uvažovania, čo je prirodzený prírastok a úbytok.

### **2. otázka**

V tejto otázke nastali prvé problémy v riešení. Osem skupín (61,5%) uviedlo na otázku správne riešenie. Všetky skupiny, ktoré uviedli správne riešenie uviedli postup výpočtu

ako rozdiel medzi celkovým súčtom živonarodených mínus celkovým počtom zomretých. Tento spôsob riešenia len poukazuje nato, že žiaci si pri výpočtoch zvolia spôsob ako sa vyhnúť počítaniu s kladnými a zápornými číslami. Päť skupín odpovedalo nesprávne, pričom sa zhodovali v odpovedi. Odpoveď na hodnotu prirodzeného prírastku za celé sledované obdobie bola 2 850. Túto hodnotu dostali nasledovne:

$$\begin{array}{l} \text{rok 2004} \quad 53\,747 - 51\,852 = 1\,895 \\ \text{rok 2005} \quad 54\,430 - 53\,475 = 955 \\ \text{celkový prirodzený prírastok: } 1\,895 + 955 = \mathbf{2\,850} \end{array}$$

### **3. otázka**

Odpoveď podmieňoval správny výpočet v otázke č. 2. Sedem skupín, ktoré správne odpovedali na druhú otázku odpovedali správne aj na tretiu otázku (53,8%). Priemerný ročný prirodzený prírastok na Slovensku za celé sledované obdobie bol v prípade troch skupín (23,1%) podiel súčtu živonarodených a čísla 5 ( $261\,867 : 5 = \mathbf{52\,373,4}$ ). Tri skupiny (23,1%) uviedli ako odpoveď hodnotu **798**, zamenili si teda odpoveď na hodnotu priemerného ročného prírastku na Slovensku za celé sledované obdobie za hodnotu prirodzeného prírastku na Slovensku. Výpočet sa zhodoval so správnym výpočtom v prípade otázky č. 2.

### **4. otázka**

Správna odpoveď nebola uvedená ani v jednej skupine. Každá skupina otázku riešila a svoje tvrdenie aj vysvetlila. Sedem skupín (53,8%) odpovedalo „*nie*“ s vysvetlením a 6 skupín (46,2%) „*áno*“ s vysvetlením.

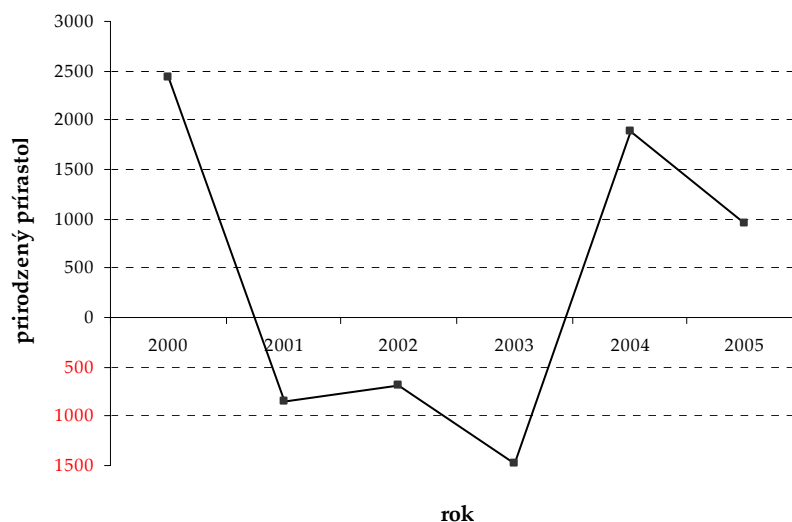
Nesprávna odpoveď  
13 skupín (100%)

- ▶ **nie** "Lebo stále sa niekto narodí a niekto zomrie."
- ▶ **nie** "Stále sa niekto narodí a niekto zomrie a nikdy nevieme skutočný počet obyvateľov." (2 skupiny)
- ▶ **nie** "V roku 2003 bol veľký prirodzený úbytok (-517) a v roku 2004 (1 895), teda pribudlo iba 1 378."
- ▶ **nie** "Pretože za minulé roky bol prirodzený úbytok."
- ▶ **nie** "Pretože v roku 2003 bol veľký prirodzený úbytok."
- ▶ **nie** "Lebo od čísla 1 895 musel odrátať prirodzené úbytky za minulé roky."
- ▶ **áno** "Tieto údaje by mali byť presné." (3 skupiny)
- ▶ **áno** "Pretože  $53\,747 - 51\,852 = 1\,895$ ." (2 skupiny)
- ▶ **áno** "V roku 2003 bol prirodzený úbytok, ale v roku 2004 bol zase prirodzený prírastok. Teda je to spolu prirodzený prírastok."

### Otázka č. 5

Rysovanie grafu nebolo pre skupiny problematické. Desať skupín narysovalo graf správne (76,9%). Dve skupiny graf nenarysovali (15,4%). Jedna skupina mala síce graf narysovaný ale nesprávne (7,7%).

### Graf 1 Nesprávne žiacke riešenie



### Otázka č. 6

Odhad robí žiakom väčšinou problémy, čo dokazuje aj odpoveď skupín na poslednú otázku úlohy Koľko nás bude?. Desať skupín (76,9%) odhadlo počet zomretých v roku 2000 približne 52 651 (od počtu živonarodených 55 151 odčítali prirodzený prírastok z grafu 2 500). Tri skupiny (23,1%) na otázku neodpovedali.

### Septima

Cez kolegyňu bola táto úloha testovaná aj na seminári z geografie v septime osemročného gymnázia v Rožňave. Úlohu riešilo spolu 14 žiakov. Úloha bola zaradená ako motivácia na začiatku hodiny. Každý žiak riešil úlohu sám bez akéhokoľvek vysvetlenia.

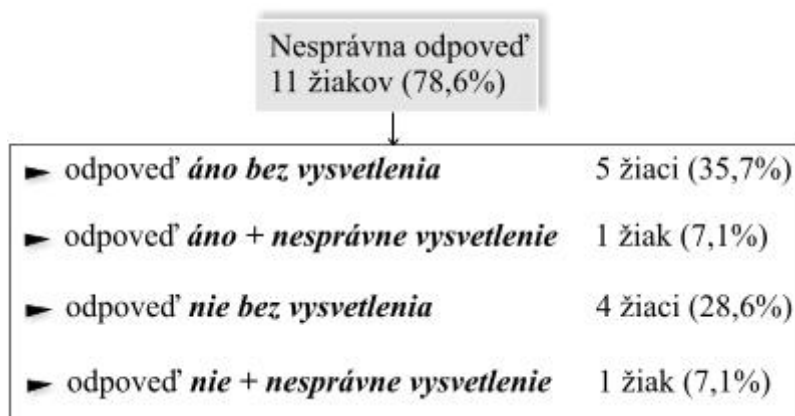
**Otázky č. 1** Všetkých 14 žiakov uviedlo správnu odpoveď (100%)

**Otázka č. 2** Všetkých 14 žiakov uviedlo správnu odpoveď (100%)

**Otázka č. 3** Všetkých 14 žiakov uviedlo správnu odpoveď (100%)

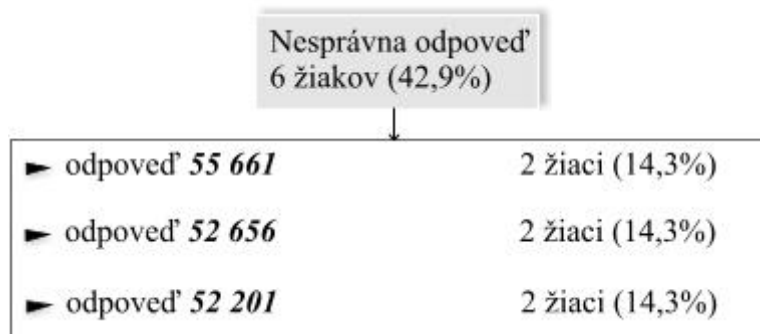
Otázky č. 1, 2 a 3 dopadli veľmi dobre, žiaci ich vyriešili bez problémov správne.

**Otázky č. 4** Pri tejto otázke došlo k prvým problémom. Otázku vyriešili správne len traja žiaci (21,4%).



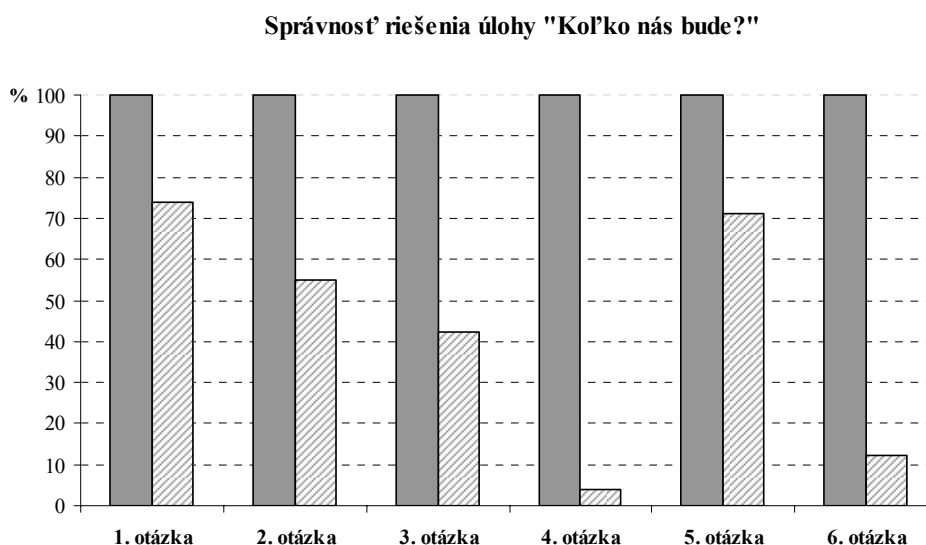
**Otázka č. 5** Nakresliť graf sa podarilo úspešne 13 žiakom (92,9%). Jeden žiak odovzdal bez narysovania grafu.

**Otázka č. 6** Správnu odpoveď uviedlo 7 žiakov (50%). Jeden žiak sa pomýlil len o 1, preto mu tiež bola odpoveď uznaná ako správna (7,1%).



Úlohu „Koľko nás bude?“ riešilo spolu 73 žiakov. Úlohu možno z hľadiska obtiažnosti zaradiť k náročnejším. Otázky č. 1, 2 a 3 nerobili žiakom výrazne problémy. Otázka č. 4 bola pre väčšinu žiakov problematická. Žiaci mali problém uvažovať medzipredmetovo. Do úvahy brali iba tabuľkové hodnoty, z ktorých následne určili výsledok. Z analýzy tejto otázky možno poukázať na jej neštandardnosť. Žiaci sú zvyknutí z hodnôt, ktoré sú im známe určiť výsledok a ďalej sa nezaoberať, tým že riešenie môže byť ovplyvnené aj inými skutočnosťami. Otázka č. 5 nebola pre žiakov náročná, žiaci vedeli ako dorysovať graf. Otázka č. 6, ktorá bola zameraná na odhad taktiež v testovaní ukázala, že žiakom robí problémy. Žiaci síce poznajú matematický algoritmus ako vypočítať chýbajúci údaj, nevedia však potrebné informácie odčítať z grafu. Časové ohraničenia úlohy je u mladších žiakov celú vyučovaciu hodinu. Čím sú žiaci starší časová náročnosť úlohy sa znižuje. V 5., 6. a 7. ročníku sa potrebný čas odhaduje na cca 40 min. aj s vysvetlením a následnou diskusiou. V 8. a 9. ročníku sa čas na riešenie úlohy znižuje takmer na polovicu cca 25 – 30 min.. U starších žiakov je tento čas ešte kratší a úlohu je možné zadať na 10 – 15 min. maximálne.

**Graf 2** Správnosť riešenie úlohy „Koľko nás bude?“



### 3.3.3 Návrh a použitie vlastnej metodiky vyhodnocovania úlohy

Na základe testovania úlohy, analýzy výsledkov testovania a následného spracovania výsledkov úlohy Kolko nás bude? podávam v nasledujúcich tabuľkách návrh a použitie vlastnej metodiky vyhodnocovania úlohy tzv. kódovanie úlohy. Kódovanie úlohy je usporiadané podľa jednotlivých otázok úlohy. K práci prikladám aj kódovanie jedného žiackeho riešenia (Príloha 5), ktoré bolo spracované na základe nižšie uvedeného návrhu vyhodnocovania úlohy Kolko nás bude?.

**Tabuľka 1** Hodnotenie otázky č. 1

Správna odpoveď	6	1	A	uvedený rok 2003 a hodnota 517	61A
			B	uvedený rok 2003 a hodnota -517	61B
Čiastočne správna odpoveď Neúplná odpoveď	6	2	A	uvedený iba rok 2003	62A
			B	uvedený správny rok ale nesprávna hodnota	62B
			C	uvedená iba správna hodnota 517 alebo -517	62C
			D	uvedená správna hodnota ale nesprávny rok	62D
			E	uvedené všetky roky, v ktorých malo Slovensko prirodzený úbytok aj so správnymi hodnotami 2001 (-844); 2002 (-691); 2003 (-517)	62E
			F	uvedený prvý a posledný rok, v ktorom malo Slovensko prirodzený úbytok so správnymi hodnotami, 2001 (-844); 2003 (-517)	62F
Nesprávna odpoveď	6	3	A	uvedený rok 2005 s hodnotou prirodzeného úbytku 53 475	63A
			B	uvedený rok 2005 a hodnota prirodzeného úbytku 955 (-955)	63B
			C	uvedený rok 2004 a hodnota prirodzeného úbytku 1 895	63C
			D	uvedený rok 2001 alebo rok 2001 aj s hodnotou 844 (-844)	63D
Nezaradené odpovede	6	4	A	odpovede, ktoré sa nedajú zaradiť k žiadnej z predchádzajúcich možností	64A
Neriešená otázka	6	5	A	žiak neuviedol k otázke žiadne riešenie	65A

**Tabuľka 2** Hodnotenie otázky č. 2

Správna odpoveď	5	1	A	odpoveď 798	51A
Čiastočne správna odpoveď alebo neúplná odpoveď	5	2	A	zapísaný postup výpočtu, neuvedený výsledok, alebo nesprávne vypočítaný výsledok so správnym postupom riešenia	52A
Nesprávna odpoveď	5	3	A	odpoveď 2 805 ako výsledok prirodzených prírastkov za rok 2004 a 2005	53A
			B	odpoveď 261 867 ako súčet všetkých narodených od roku 2001 do roku 2005	53B
			C	odpoveď 4 902 $844+691+517+1895+955 = 4\ 902$	53C
			D	odpoveď 111 $955 - 844 = 111$	53D
Nezaradené odpovede	5	4	A	odpovede, ktoré sa nedajú zaradiť k žiadnej z predchádzajúcich možností	54A
Neriešená otázka	5	5	A	žiak neuviedol k otázke žiadne riešenie	55A

**Tabuľka 3** Hodnotenie otázky č. 3

Správna odpoveď	4	1	A	správna odpoveď 159,6	41A
Čiastočne správna odpoveď alebo neúplná odpoveď	4	2	A	postup výpočtu bol u žiaka správny, ale vyskytla sa chyba v riešení v dôsledku, ktorej vznikol nesprávny výsledok	42A
Nesprávna odpoveď	4	3	A	798	43A
			B	261 867	43B
			C	odpovede 52 373,4; 980,4; 570 resp. ďalšie odpovede, v ktorých by deliteľom nesprávneho prirodzeného prírastku bolo číslo 5 $261\ 867:5=52\ 373,4$ $4\ 902:5=980,4$ $2850:5=570$	43C



Nesprávna odpoveď			<b>D</b>	odpoveď 66,5 resp. ďalšie odpovede, v ktorých by deliteľom nesprávneho prirodzeného prírastku bolo číslo 12 $798:12=66,5$	<b>43D</b>
			<b>E</b>	odpoveď 1 425 resp. ďalšie odpovede, v ktorých by deliteľom nesprávneho prirodzeného prírastku bolo číslo 2 $2\ 850:2=1\ 425$	<b>43E</b>
Nezaradené odpovede	4	4	<b>A</b>	odpovede, ktoré sa nedajú zaradiť k žiadnej z predchádzajúcich možností	<b>44A</b>
Neriešená otázka	4	5	<b>A</b>	žiak neuviedol k otázke žiadne riešenie	<b>45A</b>

**Tabuľka 4** Hodnotenie otázky č. 4

Správna odpoveď	3	1	<b>A</b>	odpoveď nie s vysvetlením vysvetlenie by malo zahŕňať aj migráciu obyvateľstva,	<b>31A</b>
Čiastočne správna odpoveď alebo neúplná odpoveď	3	2	<b>A</b>	odpoveď nie bez vysvetlenia	<b>32A</b>
Nesprávna odpoveď	3	3	<b>A</b>	odpoveď áno	<b>33A</b>
			<b>B</b>	odpoveď áno s nesprávnym vysvetlením	<b>33B</b>
Nezaradené odpovede	3	4	<b>A</b>	odpovede, ktoré sa nedajú zaradiť k žiadnej z predchádzajúcich možností	<b>34A</b>
Neriešená otázka	3	5	<b>A</b>	žiak neuviedol k otázke žiadne riešenie	<b>35A</b>

Tabuľka 5 Hodnotenie otázky č. 5

<p><b>Správna odpoveď</b></p>	<p><b>2</b></p>	<p><b>1</b></p>	<p><b>A</b></p>		<p><b>21A</b></p>
<p><b>Čiastočne správna odpoveď alebo neúplná odpoveď</b></p>	<p><b>2</b></p>	<p><b>2</b></p>	<p><b>A</b></p>	<p>graf načrtnutý voľnou rukou</p>	<p><b>22A</b></p>
<p><b>Nesprávna odpoveď</b></p>	<p><b>2</b></p>	<p><b>3</b></p>	<p><b>A</b></p>		<p><b>23A</b></p>
			<p><b>B</b></p>		<p><b>23B</b></p>

			<b>C</b>	<table border="1"> <caption>Data for Figure 23C: Natural Growth (prírodný prírastok)</caption> <thead> <tr> <th>rok</th> <th>prírodný prírastok</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2000</td> <td>2500</td> </tr> <tr> <td>2001</td> <td>-800</td> </tr> <tr> <td>2002</td> <td>-700</td> </tr> <tr> <td>2003</td> <td>-1500</td> </tr> <tr> <td>2004</td> <td>1900</td> </tr> <tr> <td>2005</td> <td>1000</td> </tr> </tbody> </table>	rok	prírodný prírastok	2000	2500	2001	-800	2002	-700	2003	-1500	2004	1900	2005	1000	<b>23C</b>
rok	prírodný prírastok																		
2000	2500																		
2001	-800																		
2002	-700																		
2003	-1500																		
2004	1900																		
2005	1000																		
Nezaradené odpovede	2	4	A	odpovede, ktoré sa nedajú zaradiť k žiadnej z predchádzajúcich možností	<b>24A</b>														
Neriešená otázka	2	5	A	žiak neuviedol k otázke žiadne riešenie	<b>25A</b>														

Tabuľka 6 Hodnotenie otázky č. 6

Správna odpoveď	1	1	A	správna hodnota je 52 724	<b>11A</b>
			B	hodnota 52 701, 52 702, ....., 52 751 okrem hodnoty 52 724	<b>11B</b>
Čiastočne správna odpoveď alebo neúplná odpoveď	1	2	A	správne odčítaná hodnota prirodzeného prírastku z grafu ale nesprávne vypočítaný počet zomretých	<b>12A</b>
Nesprávna odpoveď	1	3	A	hodnota 2 400 – 2 500 odčítaná z grafu a považovaná za počet zomretých	<b>13A</b>
			B	hodnota menšia ako 52 701 alebo väčšia ako 52 751	<b>13B</b>
Nezaradené odpovede	1	4	A	odpovede, ktoré sa nedajú zaradiť k žiadnej z predchádzajúcich možností	<b>14A</b>
Neriešená otázka	1	5	A	žiak neuviedol k otázke žiadne riešenie	<b>15A</b>

### **3.4 ÚLOHA BASKETBALOVÉ IHRISKO**

Basketbal patrí medzi kolektívne loptové hry. Basketbal v jeho prvej podobe vznikol na americkej univerzite v Springfiede v roku 1891. Vymyslel ho kanadský učiteľ telocviku - James Naismith. Tento šport si dodnes nachádza miesto na športoviskách a v školách. Obľubu nestratil ani u žiakov. Úloha Basketbalové ihrisko umožňuje žiakom hravou matematickou formou uvedomiť si niektoré skutočnosti, ktoré sú pri hre v basketbale dôležité (čiary ohraničujúce ihrisko, územie trestného hodu a pod.).

#### **3.4.1 Genéza úlohy**

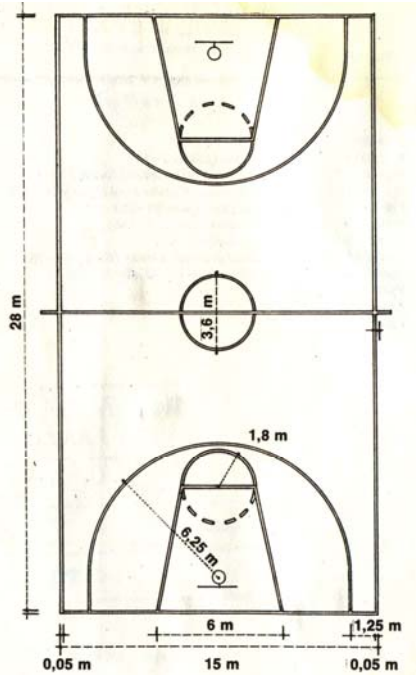
Úloha vznikla na podnet žiakov, ktorí sa aktívne venujú basketbalu a prejavili o tento druh matematickej úlohy záujem. Prvá verzia úlohy a ďalšie nasledujúce verzie boli na základe návrhov, diskusií, pripomienok a čiastkovom testovaní prepracované. Za konečnú možno považovať jedenástu verziu úlohy. Z matematického hľadiska je tematický zameraná na tematické celky: Rovinné útvary; Kruh, kružnica; Obsah rovinných útvarov; Konštrukčné úlohy a Mierka mapy a plánu.

## 1. verzia úlohy

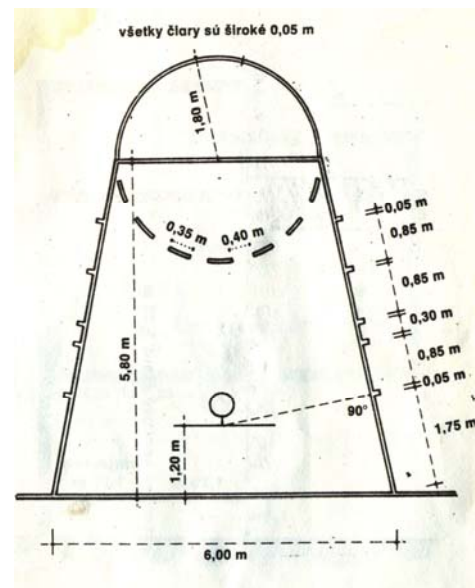
# BASKETBALOVÉ IHRISKO

Basketbalové ihriská pre hlavné oficiálne súťaže FIBA majú vyhovovať požiadavkám znázorneným na uvedených obrázkoch.

Obrázok 1  
Ihrisko



Obrázok 2  
Územie trestného hodu



Na základe uvedených obrázkov odpovedzte na nasledujúce otázky.

**Otázka č. 1:** Aký tvar má basketbalové ihrisko.

Odpoveď: Basketbalové ihrisko má tvar .....

**Otázka č. 2:** Aké rozmery má basketbalové ihrisko.

Odpoveď: Basketbalové ihrisko má rozmery .....

**Otázka č. 3:** Aký je polomer stredového kruhu basketbalového ihriska.

Odpoveď: Polomer stredového kruhu basketbalového ihriska je .....

**Otázka č. 4:** Aké útvary tvoria územie trestného hodu.

Odpoveď: Územie trestného hodu tvoria útvary .....

**Otázka č. 5:** Akú veľkú plochu potrebuje basketbalový oddiel ŽIRAFÁ, aby si mohol vybudovať vlastné basketbalové ihrisko, ktoré by vyhovovalo podmienkam FIBA.

Odpoveď: .....

**Otázka č. 6:** O koľko viac plochy bude potrebovať basketbalový oddiel ŽIRAFÁ, ak hraničné čiary basketbalového ihriska majú byť vzdialené najmenej 2 m od akejkoľvek prekážky.

Odpoveď: .....

Výpočet:

**Otázka č. 7:** Územie trestného hodu a stredový kruh basketbalového ihriska majú iné farebné odlišenie ako zvyšná časť ihriska. Koľko percent plochy basketbalového ihriska musí byť vyznačenej inou farbou?

Odpoveď: .....

Výpočet:

**Otázka č. 8:** Narysujte na základe uvedených obrázkov (Obrázok 1 a Obrázok 2) basketbalové ihrisko v mierke 1:200

K tejto úlohe prebehla pomerne dlhá diskusia. Jednotlivé návrhy k danej úlohy ovplyvnili zmeny v predchádzajúcich otázkach.

- Riešenie prvej a druhej otázky by žiaci mali, buď správne alebo nesprávne, preto by možno bolo vhodnejšie zvoliť iba druhú otázku. Zároveň je potrebné zadať predpísanie odpovedí, podľa toho, v akom tvare sa očakáva odpoveď.
- V otázke č. 5 sa nepočítalo s okrajmi hracej plochy. Basketbalové ihrisko spĺňa isté kritéria, konkrétne vzdialenosť od prekážky, čo nebolo do otázky zahrnuté.
- Otázka č. 6 sa zaoberá v zadaní síce vzdialenosťou od prekážky, ale z otázky nie je zrejme, čo sú hraničné čiary a taktiež bol problém ako je v rohoch riešené basketbalové ihrisko, t. z., či tam nie je štvrtý kruh.

- V otázke č. 7 ostalo na zváženie, či sa nestačí pýtať s istou presnosťou len na veľkosť zafarbenej plochy a nekombinovať to s percentami.
- Na zváženie ostali aj nasledujúce otázky:  
Pýtať sa v otázke na vzdialenosť medzi bočnými dlhšími čiarami hracej plochy.  
V mierke, ktorú si žiaci zvolia narysovať hranicu trojbodového územia.  
Na obrázku je vyasfaltovaná plocha, ktorá sa skladá z obdĺžnika (22 x 20 m) a polkruhu o polomere 11 m, na ktorej chcú vyznačiť basketbalové ihrisko. Žiaci by mali zistiť, či je to možné. Svoju odpoveď by mali zdôvodniť.

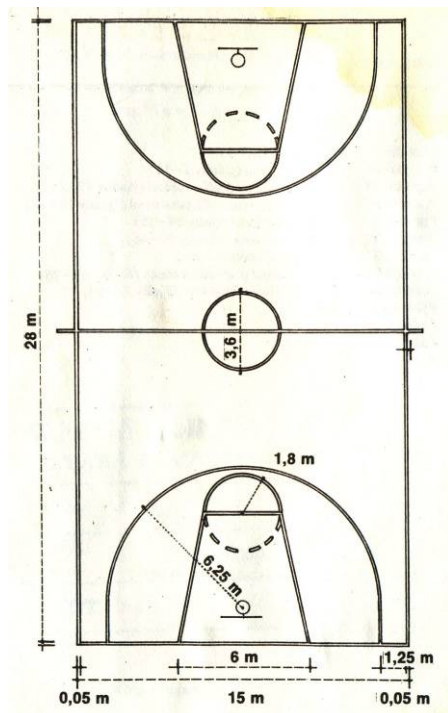
Jednotlivé návrhy ovplyvnili tri verzie úloh. Vzhľadom nato, že tretia, štvrtá a piata verzia úlohy sa výrazne nelíšili a vyplývali z predchádzajúcich návrhov, uvádzam ako ďalšiu šiestu verziu úlohy Basketbalové ihrisko. Z prvej verzie bola odstránená prvá otázka. Druhá, tretia a štvrtá otázka ostali bez zmeny. Piata a šiesta otázka boli spojené s malými zmenami do jednej otázky. Zo siedmej otázky boli odstránené percentá. Otázka osem by bola na rysovanie pre žiakov veľmi náročná nielen z hľadiska obtiažnosti, ale aj časovej náročnosti. Bola preto nahradená otázkou, ktorá vyplývala z návrhu diskusie. Basketbalové ihrisko ako celok bolo nahradené trojbodovým územím. Z návrhu diskusie vznikla v úlohe aj ďalšia otázka, ktorá je zameraná na vyznačenie ihriska na určitom zvolenom území.

## 6. verzia úlohy

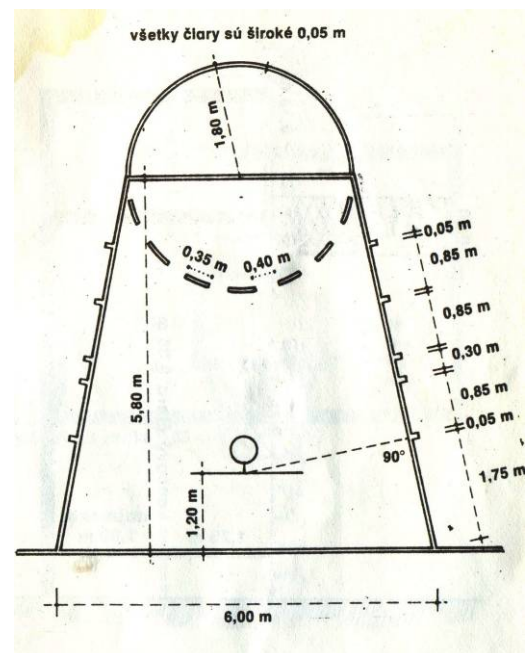
### BASKETBALOVÉ IHRISKO

Basketbalové ihriská pre hlavné oficiálne súťaže FIBA majú vyhovovať požiadavkám znázorneným na uvedených obrázkoch.

Obrázok 1  
Ihrisko



Obrázok 2  
Územie trestného hodu



Na základe uvedených obrázkov odpovedzte na nasledujúce otázky.

**Otázka č. 1:** Aké rozmery má basketbalové ihrisko?

Odpoveď: Basketbalové ihrisko má rozmery ..... metrov a ..... metrov.

**Otázka č. 2:** Aký je polomer stredového kruhu basketbalového ihriska?

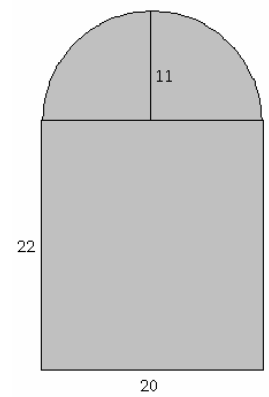
Odpoveď: Polomer stredového kruhu basketbalového ihriska je .....

**Otázka č. 3:** Aké útvary tvoria územie trestného hodu?

Odpoveď: Územie trestného hodu tvoria útvary .....

**Otázka č. 4:** Akú najmenšiu plochu v m<sup>2</sup> potrebuje basketbalový oddiel ŽIRAFA, aby si mohol vybudovať vlastné basketbalové ihrisko, ktoré by vyhovovalo podmienkam FIBA, ak čiary ohraničujúce basketbalové ihrisko majú byť vzdialené najmenej 2 m od akejkoľvek prekážky?





Odpoveď: .....

Výpočet:

**Otázka č. 5:** Územie trestného hodu a stredový kruh basketbalového ihriska majú iné farebné odlíšenie ako zvyšná časť ihriska. Aká je veľkosť zafarbenej plochy basketbalového ihriska v  $m^2$  (výsledok uveďte s presnosťou na desatiny)?

Odpoveď: Veľkosť zafarbenej plochy basketbalového ihriska je .....  $m^2$ .

Výpočet:

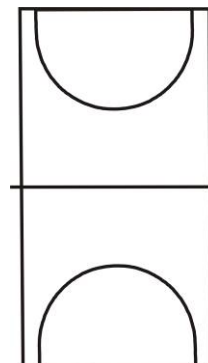
**Otázka č. 6:** Na obrázku je vyasfaltovaná plocha, ktorá sa skladá z obdĺžnika  $22 \times 20$  m a polkruhu o polomere 11 m, na ktorej chcú vyznačiť basketbalové ihrisko, ktoré by vyhovovalo požiadavkám. Zistite, či je to možné.

áno

nie

Zdôvodnenie:

**Otázka č. 7:** V mierke, ktorú si zvolíte, na základe uvedených obrázkov narysujte hranicu územia, ktoré ohraničuje okraj ihriska a oblúk, ktorý vytvára trojbodové územie. Napíšte aj postup konštrukcie.



Trojbodové územie

Odpoveď: Zvolil som si mierku: .....

Postup konštrukcie:

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

Konštrukcia:

Šiesta verzia úlohy prešla po konzultáciach a následnej diskusii ďalším prepracovaním. Vznikli ďalšie štyri verzie úlohy, v ktorých bol minimálny rozdiel. Z návrhov sa ako dôležité javili chýbajúci kontext a nejasnosť trojbodového územia, ktoré mali žiaci narysovať. Jedenásta verzia úlohy Basketbalové ihrisko (*Príloha 6*) bola finálna verzia, ktorá bola zároveň testovaná žiakmi.

### 3.4.2 Testovanie úlohy

Úloha Basketbalové ihrisko bola testovaná v dvoch triedach deviateho ročníka (IX.A a IX.B). Tieto triedy neprešli delením do rôznych učebných variantov, čím bola porovnateľnosť riešenie lepšia. V IX. A a IX. B testovalo úlohu 25 detí, t. j. 50 detí spolu. Obe triedy sú klasickými triedami. Úloha bola testovaná pred koncom I. polroka, t. z. že nemali už problémy s chýbajúcimi poznatkami z učiva matematiky. V IX. A triede bola úloha daná testovou formou a v IX. B prebehla k tejto úlohe diskusia a individuálna pomoc v prípade potreby. Konštrukčnú otázku tejto úlohy som testovala aj v VII. A triede, kde otázku riešilo 28 žiakov.

#### **Deviaty ročník**

**Trieda:** IX. A trieda

**Počet žiakov:** 25

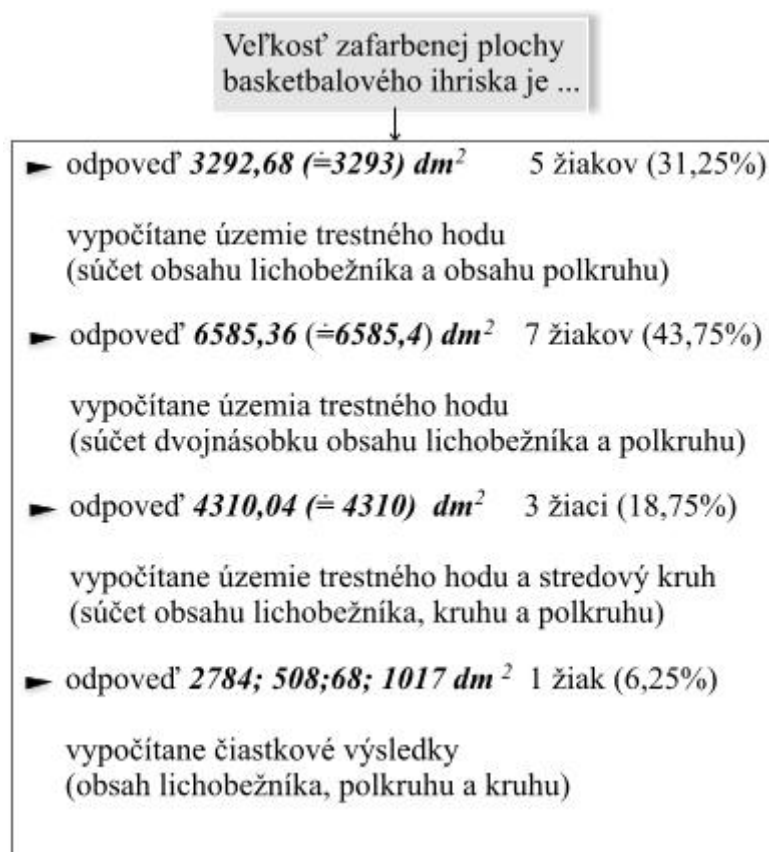
1. otázka }  
2. otázka } Správnu odpoveď pri týchto otázkach uviedli všetci žiaci (100%).  
3. otázka } Riešenie otázok nerobilo žiakom problémy.

#### **4. otázka**

Pri riešení tejto otázky vznikli štyri skupiny riešení. Do prvej skupiny patrili žiaci (36%), ktorí uviedli správnu odpoveď. Druhú skupinu tvorili žiaci (12%), ktorí neuviedli pri otázke žiadne riešenie, tretiu skupinu vytvorili žiaci (44%), ktorí na otázku síce neuviedli riešenie, ale odôvodnili svoju odpoveď tým, že „basketbalové ihrisko je bez prekážok“ a štvrtá skupina žiakov (8%) riešila otázku s chybou, ktorá sa očakávala v prípade žiackych riešení (17 m x 30 m).

### 5. otázka

Otázku neriešilo 9 žiakov (36%). Správnu odpoveď na otázku neuviedol ani jeden žiak zo žiakov, ktorí ju riešili (64%). Pre žiakov nebolo problémom vypočítať čiastkové výsledky: obsah stredového kruhu, obsah polkruhu tvoriaceho územie trestného hodu a ani výpočet obsahu lichobežníka. Problémom bolo pospájať jednotlivé čiastkové výsledky do konečného výsledku. Z toho dôvodu vznikli nasledujúce chybné riešenia.



### 6. otázka

Žiadna žiacka odpoveď sa nezhodovala so správnym riešením. Pri otázke desať žiakov (40%) neuviedlo žiadnu odpoveď. Traja žiaci (12%) odpovedali síce „áno“ bez vysvetlenia, ale po diskusii a analýzach riešenia zhodnotili, že išlo skôr o typ ako logickú úvahu. 48% žiakov odpovedalo na otázku „nie“ s vysvetlením „lebo jedna strana ihriska má rozmer 28 m a nezmeští sa“.

### **7. otázka**

Túto otázku nevyriešil správne ani jeden žiak, napriek tomu, že bola použitá poznámka o tom, že trojbodové územie sa skladá z obdĺžníka a polkruhu. Žiaci sa o riešenie otázky ani nepokúsili.

**Trieda:** IX. B trieda

**Počet žiakov:** 25

**1. otázka**

**2. otázka**

**3. otázka**

Správnu odpoveď pri týchto otázkach uviedli všetci žiaci (100%).

Podobne ako v IX.A triede tieto otázky nerobili ani žiakom v IX.B problémy.

### **4. otázka**

Pri tejto otázke sa opäť po analýze riešení vyčlenili 4 skupiny žiackych riešení. Do prvej skupiny patrili žiaci (24%), ktorí sa o riešenie ani nepokúsili. Druhá skupina žiakov (24%) uviedla správne riešenie. Tretia skupina žiakov (24%) za správny výsledok považovala  $420 \text{ m}^2$  (28 m x 15 m) a štvrtá skupina (28%)  $510 \text{ m}^2$  (30 m x 17 m).

### **5. otázka**

Otázku nezačalo riešiť 12 žiakov (48%). Z ostatných žiackych riešení (52%) nebolo ani jedno riešenie správne. Aj pri testovaní v tejto triede sa ukázalo, že žiaci vedia vypočítať potrebné čiastkové obsahy, nevedia však dokončiť riešenie otázky a odpovedať „*Aká je veľkosť zafarbenej plochy basketbalového ihriska*“. Pre porovnanie uvádzam aj výsledné žiacke riešenia.

Veľkosť zafarbenej plochy  
basketbalového ihriska je ...

▶ odpoveď $3292,68 (\approx 3293) \text{ dm}^2$	5 žiakov (38,46%)
vypočítane územie trestného hodu (súčet obsahu lichobežníka a obsahu polkruhu)	
▶ odpoveď $3801,2 (\approx 3801) \text{ dm}^2$	2 žiaci (15,38%)
vypočítane územie trestného hodu a jeden polkruh (súčet obsahu lichobežníka a dvoch polkruhov)	
▶ odpoveď $4310,04 (\approx 4310) \text{ dm}^2$	3 žiaci (23,08%)
vypočítane územie trestného hodu a stredový kruh (súčet obsahu lichobežníka, kruhu a polkruhu)	
▶ odpoveď $2784; 508; 68; 1017 \text{ dm}^2$	3 žiaci (23,08%)
vypočítane čiastkové výsledky (obsah lichobežníka, polkruhu a kruhu)	

#### 6. otázka

Pri tejto otázke nebola uvedená žiadna správna odpoveď. 73,3% žiakov odpovedalo „nie“ bez vysvetlenia. 20% žiakov odpovedalo „nie“ s vysvetlením „asfaltová plocha ma príliš malé rozmery na vyznačenie basketbalového ihriska“ alebo nie je tam dost' miesta“ a 6,7% žiakov zdôvodnilo odpoveď „nie“ tým, že „basketbalové ihrisko má rozmery v pomere 28:15 a asfaltová plocha 22:20“.

#### 7. otázka:

Pri tejto otázke napriek tomu, že celá úloha bola riešená individuálnou diskúziou a žiaci vedeli, že územie trestného hodu tvorí obdĺžnik a polkruh nenarysoval ani jeden žiak územie trestného hodu. Žiaci sa o riešenie otázky ani nepokúsili.

### Siedmy ročník

**Trieda:** VII. A

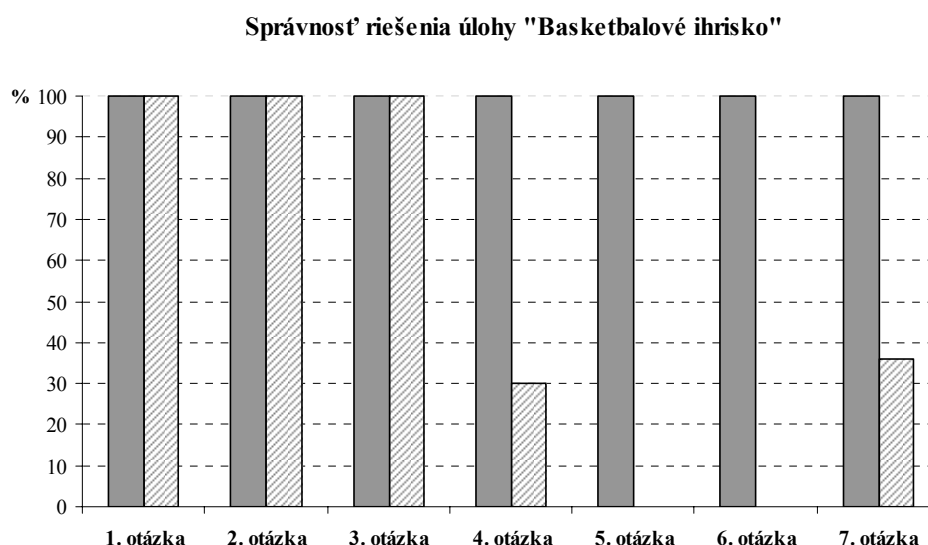
**Počet žiakov:** 28

V tejto triede som testovala otázku č. 7, ktorá bola zameraná na konštrukciu a mierku. Testovanie v siedmom ročníku som volila hlavne z dôvodu neúspechu tejto otázky v deviatom ročníku. Riešenie otázky prebehlo spoločne s diskúziou a na domácu

úlohu mali žiaci zostrojiť konštrukciu. Žiakom sa veľmi pekne podarilo narysovať trojbodové územie basketbalového ihriska. Bolo však nutné s nimi prediskutovať rozmery jednotlivých rysovaných útvarov. Narysovanie vo vhodne zvolenej mierke už žiakom nerobilo problémy. Narysované trojbodové územia prikladám ako *Prílohu 7* tejto práce.

Úloha „Basketbalové ihrisko“ riešilo spolu 78 žiakov. 50 žiakov testovalo celú úlohu so siedmimi otázkami. Časť úlohy (otázka č.7) testovalo 28 žiakov. Otázky č. 1, 2 a 3 boli zamerané na prácu s obrázkom a pre žiakov neboli problematické. Otázka č. 4 nebola na výpočet náročná, napriek tomu sa objavili chyby, s ktorými sa aj pred testovaním počítalo. Ako nová chyba figurovala odpoveď u žiakov, ktorí uviedli, že „basketbalové ihrisko nemá prekážky“. Takúto odpoveď uviedlo 11 žiakov. Ako zaujímavé sa javí, že časť žiakov, ktorí takto odpovedali (63,6%) sa v istom období aktívne venovali basketbalu. Otázka č. 5 nebola pre žiakov problematická. Vedeli ako majú postupovať pri výpočte. Problémom bolo, tak ako bolo popísané pri analýze žiackych riešení zamerať sa na celé basketbalové ihrisko a spojiť čiastkové výsledky do jedného konečného výsledku. Veľký dôraz pripísali žiaci najmä prvej vete otázky „*Územie trestného hodu a stredový kruh basketbalového ihriska majú iné farebné odlišenie ako zvyšná časť ihriska*“. Táto veta podmienila aj nesprávne žiacke riešenia, pretože žiaci do konečného výsledku zahrnuli iba územie trestného hodu a stredového kruhu. Otázka č. 6 a 7 boli pre žiakov náročné. Otázku č. 6 sa nepodarilo vyriešiť ani jednému žiakovi. Žiaci vo väčšine prípadov tipovali, alebo len pohľadom na obrázok, kde bola vyasfaltovaná plocha zhodnotili, že basketbalové ihrisko sa nedá vyznačiť. Ani jeden žiak sa nepokúsil o riešenie výpočtom. Otázka č. 7 bola bez diskusie pre žiakov neriešiteľná. Ani jeden žiak nevedel ako má postupovať, keď mal ako podklad príslušné rozmery basketbalového ihriska. V deviatom ročníku aj napriek diskusii sa o konštrukciu nepokúsil ani jeden žiak. V siedmom ročníku, kde sa žiaci venovali iba tejto otázke, boli spoločne vydiskutované rozmery a následne mali doma zostrojiť konštrukciu vo vhodne zvolenej mierke, táto otázka už nerobila problémy.

**Graf 3** Správnosť riešenia úlohy Basketbalové ihrisko



### 3.5 ÚLOHA CESTA VLAKOM

Vznik úlohy Cesta vlakom bol ovplyvnený dvoma skutočnosťami. Prvou bola organizácia školských výletov a druhou cestovanie žiakov do škôl (denná alebo týždenná dochádzka). Táto úloha je zameraná najmä na výpočet ceny cestovného v kombinácií s využitím zľavy, ktorú Železnice Slovenskej republiky ponúkajú pri splnení určitých podmienok. Prepojenie tohto príkladu s realitou dokazuje len malá skutočnosť, že práve žiaci sa v poslednom čase stávajú organizátormi svojich vlastných školských výletov hľadajú vhodné ubytovanie, miesto, cestovné spojenie a pod.. Často sú obmedzení práve finančnými prostriedkami, a tak vedie, že musia hľadať zľavy a kombinovať všetko dostupné. Práve na tomto podklade vznikla úloha Cesta vlakom.

#### 3.5.1 Genéza úlohy

Úloha Cesta vlakom prešla podobne ako predchádzajúce úlohy potrebnými zmenami, kým bola vhodná na testovanie medzi žiakmi. Konečnou testovou verziou bolo siedme prepracovanie, ktoré je zároveň finálnou verziou úlohy. Z matematického hľadiska je zameraná hlavne na tematický celok: Percentá.



## 1. verzia úlohy

### CESTA VLAKOM

Železničná spoločnosť Slovenskej republiky ponúka pri cestovaní skupiny, ktorú tvorí 6 a viac osôb bez ohľadu na vek výrazne zľavy. K priznaniu zľavy stačí, aby jeden člen skupiny bol starší ako 18 rokov. Prvý člen skupiny zaplatí 100 % cestovného, každý ďalší člen získa nasledovné výhody:

- zľava 25 % z obyčajného cestovného pre členov skupiny nad 15 rokov
- zľava 60 % z obyčajného cestovného pre členov skupiny do 15 rokov

Cenník č. 8

PP ZSSK

#### Cenník cestovného pre Skupinu

Číslo pásma	Tarifná vzdialenosť (km)	účastník skupiny vekom		
		1.cestujúci (vždy vo veku nad 18 rokov) bez zľavy	od dovŕšeného 15. roku (počnúc 2. členom skupiny) zľava 25 %	do dovŕšeného 15. roku veku zľava 60%
		Sk	Sk	Sk
1	1 - 5	8,00	6,00	3,00
2	6 - 10	12,00	9,00	5,00
3	11 - 15	18,00	14,00	7,00
4	16 - 20	24,00	18,00	10,00
5	21 - 25	32,00	24,00	13,00
6	26 - 30	36,00	27,00	14,00
7	31 - 35	42,00	32,00	17,00
8	36 - 40	48,00	36,00	19,00
9	41 - 45	56,00	42,00	22,00
10	46 - 50	62,00	47,00	25,00
11	51 - 60	74,00	56,00	30,00
12	61 - 70	84,00	63,00	34,00
13	71 - 80	98,00	74,00	39,00
14	81 - 90	110,00	83,00	44,00
15	91 - 100	126,00	95,00	50,00
16	101 - 110	134,00	101,00	54,00
17	111 - 120	146,00	110,00	58,00
18	121 - 130	160,00	120,00	64,00
19	131 - 140	170,00	128,00	68,00
20	141 - 150	180,00	135,00	72,00
21	151 - 170	200,00	150,00	80,00
22	171 - 190	222,00	167,00	89,00
23	191 - 210	248,00	186,00	99,00
24	211 - 230	272,00	204,00	109,00
25	231 - 250	296,00	222,00	118,00
26	251 - 300	344,00	258,00	138,00
27	301 - 350	400,00	300,00	160,00
28	351 - 400	450,00	338,00	180,00
29	401 - 450	498,00	375,00	199,00
30	451 - 500	540,00	405,00	216,00
Za každých ďalších i len začatých 50 km		26,00	16,00	10,00
Príplatok na vlaky R, Ex a nepovinne miestenkové IC		20,00	20,00	10,00
Príplatok na povinne miestenkový vlak kategórie IC		20,00	20,00	10,00
Príplatok na nepovinne miestenkový vlak kategórie EC		40,00	40,00	20,00

V cenách cestovného je zahrnutá 19% DPH.

Početná rodina Zelených sa rozhodla precestovať SR a ČR. Rodinu tvorilo 12 členov, z toho 5 dospelých a zvyšok detí.

**Otázka č. 1:** Má rodina Zelených nárok požiadať o skupinovú zľavu pri ceste vlakom v Slovenskej republike. Zakrúžkujte správnu odpoveď.

- a) áno
- b) nie

**Otázka č. 2:** Akú cenu cestovného by zaplatila rodina Zelených, v SR ak by cestovala R-rýchlikom z Čiernej nad Tisou do Bratislavy (539 km).

Odpoveď: .....

Výpočet:
----------

**Otázka č. 3:** Koľko ušetrí rodina Zelených na ceste rýchlikom z Čiernej nad Tisou do Bratislavy ak využije ponuku Železničnej spoločnosti SR pri cestovaní skupiny.

Odpoveď: .....

Výpočet:
----------

V Českej republike ponúkajú České dráhy taktiež pri cestovaní skupiny cenové výhody. Prví dvaja cestujúci vo veku nad 15 rokov zaplatia 100 % cestovného (15+), ostatní členovia skupiny bez ohľadu na vek zaplatia 50 % cestovného (-15).

Číslo pásma	Kilometrická vzdialenosť km	15 +		-15	
		2.trieda	1.trieda	2.trieda	1.trieda
		Kč	Kč	Kč	Kč
01	001 - 006	7,-	11,-	4,-	5,-
02	007 - 010	11,-	17,-	6,-	8,-
03	011 - 015	15,-	23,-	8,-	12,-
04	016 - 020	20,-	29,-	10,-	15,-
05	021 - 025	24,-	36,-	12,-	18,-
06	026 - 030	28,-	42,-	14,-	21,-
07	031 - 035	32,-	48,-	16,-	24,-
08	036 - 040	36,-	55,-	18,-	27,-
09	041 - 050	45,-	67,-	22,-	34,-
10	051 - 060	53,-	80,-	27,-	40,-
11	061 - 070	62,-	92,-	31,-	46,-
12	071 - 080	69,-	103,-	34,-	51,-
13	081 - 090	77,-	116,-	39,-	58,-
14	091 - 100	84,-	126,-	42,-	63,-
15	101 - 110	91,-	137,-	46,-	68,-
16	111 - 120	98,-	147,-	49,-	74,-
17	121 - 140	113,-	170,-	57,-	85,-
18	141 - 160	129,-	193,-	64,-	97,-
19	161 - 180	143,-	214,-	71,-	107,-
20	181 - 200	157,-	235,-	78,-	118,-
21	201 - 225	175,-	263,-	88,-	131,-
22	226 - 250	192,-	288,-	96,-	144,-
23	251 - 275	206,-	309,-	103,-	154,-
24	276 - 300	223,-	334,-	111,-	167,-
25	301 - 350	259,-	389,-	130,-	194,-
26	351 - 400	297,-	445,-	148,-	223,-
27	401 - 450	335,-	502,-	167,-	251,-
28	451 - 500	372,-	559,-	186,-	279,-
29	501 - 550	410,-	615,-	205,-	308,-
30	551 - 600	448,-	672,-	224,-	336,-
31	601 a viac	489,-	733,-	244,-	366,-

**Otázka č. 4:** Koľko slovenských korún si potrebuje zameniť rodina Zelených, ak v Českej republike prejdú rovnakú vzdialenosť ako na Slovensku a využijú cenové výhody Českých dráh pri cestovnej skupiny vlakmi 1. triedy.

**Česká koruna CZK**                      1 CZK = 1,214 SK

Odpoveď: .....

Výpočet:

**Otázka č. 5:** V ktorej krajine zaplatí rodina Zelených vyššiu cenu cestovného, ak využije v oboch krajinách skupinové zľavy. Zakrúžkujte správnu odpoveď.

- a) Slovenská republika
- b) Česká republika

**Otázka č. 6:** Predstavitelia Železničnej spoločnosti Slovenskej republiky uviedli, že ak by zaviedli rovnakú skupinovú zľavu ako platí v Českej republike, bolo by cestovanie pre skupiny na Slovensku drahšie v porovnaní s terajšou cenou. Je to pravda?

Zakrúžkujte správnu odpoveď a svoje tvrdenie vysvetlite.

Odpoveď: áno-nie

Vysvetlenie:

Napriek tomu, že táto úloha prešla menším počtom prepracovaní, rozdiel vznikol hlavne medzi prvou a druhou verziou úlohy. Vznik druhej verzie úlohy Cesta vlakom podmieňovala séria konzultácií a diskusií k jednotlivým otázkam. Druhá verzia bola prepracovaná ešte päťkrát. Všetky prepracovania neprikladám najmä z dôvodu veľmi malých zmien. Siedma verzia bola konečná a určená pre testovanie, považujem ju za konečnú a prikladám túto verziu úlohy Cesta vlakom ako *Prílohu 8*.

Z jednotlivých konzultácií medzi prvou a druhou verziou vznikli nasledujúce návrhy, ktoré boli zapracované do druhej verzie úlohy.

- Úloha bola časovo veľmi náročná, preto bolo potrebné uvažovať o znížení počtu otázok.
- Bolo potrebné riešiť aj smerovanie úlohy (čítanie z tabuliek, prácu s jednou tabuľkou, porovnávanie a pod..)
- V úlohe sa objavilo veľa nejasností, napríklad cestovanie detí do 6 rokov, koľko sprievodcov potrebuje dieťa do 6 rokov a pod..
- V úlohe pôsobili rušivo aj tabuľky cenníkov pre cestovanie skupín v Slovenskej a Českej republike.

- V úlohe nebola zahrnutá problematika, ako je to v prípade nevyužitia skupinovej zľavy, t. z. akú cenu cestovného by zaplatili cestujúci, ak by nepožadovali zľavu.
- Nebol jasný výraz „Rodinu tvorilo 12 členov, z toho 5 dospelých a zvyšok detí.“ Deti neboli vekovo ohraničené, a tak mohlo rodinu tvoriť sedem detí do 6 rokov, ktorí majú cestu zdarma, ak má každé dieťa jedného sprievodcu.
- Nejasnosti vznikli aj okolo prvého člena v skupine, ktorí zaplatí 100% cestovného. Otázkou bolo hlavne, kto sa považuje za prvého cestujúceho, a to bolo potrebné ošetriť už v úvodnom texte.
- Počas diskusie vznikol aj návrh na presnejšie vekove rozdelenie početnej rodiny, aby zo zadania bolo jasné, aký počet ľudí cestuje, a v akom sú veku.
- Počas vzniku úlohy prešli transformáciou aj Železnice Slovenskej republiky, a vzhľadom nato, že úloha by mala vychádzať z reality, bolo nutné zmeny zapracovať aj do Úlohy Cesta vlakom.
- Námetom bolo zaradiť do úlohy aj špekulatívnu otázku, ktorá by nútila žiakov rozmýšľať a kombinovať ponuku Železníc Slovenskej republiky, tak aby cena cestovného bola, čo najnižšia.
- Na zvážení ostalo aj zaradenie cenových výhod Českých dráh a porovnávanie so Slovenskou republikou, hlavne z dôvodu časovej náročnosti, a aby žiaci vo viacerých otázkach neriešili to isté

Uvedené návrhy a diskusia k úlohe podmieňovali nasledujúce zmeny. Úvodný text bol zmenený a doplnený o text, ktorý riešil prípad nevyužitia skupinovej zľavy. Presnejšie bola vekovo rozdelená aj početná rodina. Z úlohy boli úplne odstránené cenníky Železníc Slovenskej republiky aj Českých dráh. Prvá a druhá otázka boli formálne upravené, doplnené o chýbajúce podrobnosti a zamenené. V tretej otázke bol výraz „koľko ušetrí“ nahradený „o koľko menej by zaplatila“. Najväčšou zmenou prešli štvrtá a piata otázka. Z úlohy boli odstránené a nahradené jednou špekulatívnou otázkou, ktorá by viac nútila kombinovať a zrejme bude viac vhodná aj na diskusiu. Porovnanie Železníc Slovenskej republiky a Českých dráh ostalo v pôvodnej úprave ako to bolo v šiestej otázke v prvej verzii.

### 3.5.2 Testovanie úlohy

#### Ôsmy ročník

**Trieda:** VIII.A

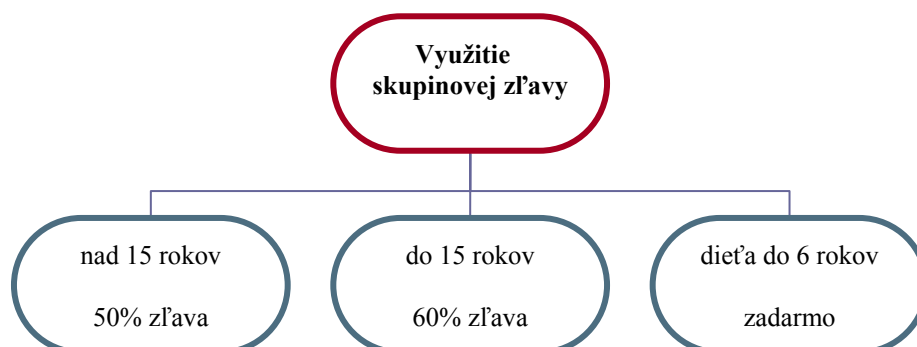
**Počet žiakov:** 26

Úloha bola testovaná vo VIII. A triede. Spolu úlohu testovalo 26 žiakov diskusnou formou. Napriek tomu, že ide o klasickú triedu žiakov, uprednostňujem v tejto triede diskusiu alebo prácu v skupinách. Hlavným dôvodom je vysoký počet detí s vývinovými poruchami učenia a integrovanými žiakmi, ktorí však v spolupráci so spolužiakmi, zvládajú matematiku podstatne lepšie. Predtým ako sme úlohu začali riešiť diskutovali sme o úvodnom texte. Žiaci mali čas na prečítanie (cca 3-5 min.). Následne sme si vytvorili z textu kognitívne mapy, ktoré nám pomáhali pri riešení.

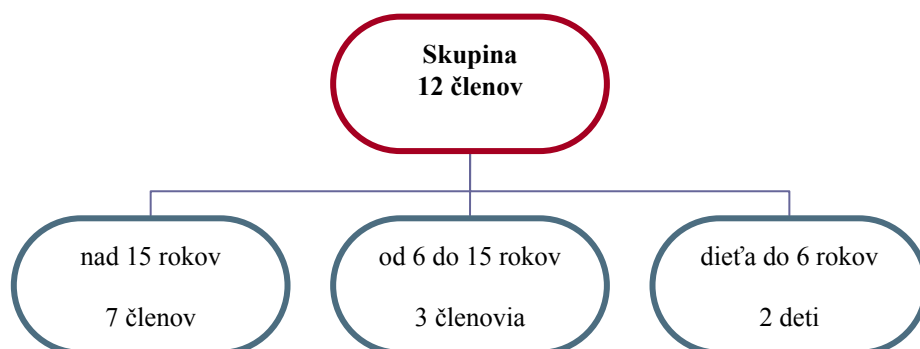
**Mapa 1:** Kognitívna mapa cestovného bez využitia skupinovej zľavy



**Mapa 2:** Kognitívna mapa cestovného s využitím skupinovej zľavy



### Mapa 3 Vekové rozdelenie členov skupiny



#### 1. otázka

Po vypracovaní kognitívnej mapy nerobila táto otázka výrazne problémy. Z 26 žiakov odpovedalo 57,69% správne. 15,39% žiakov riešilo síce otázku správne, počas riešenia sa objavili numerické chyby, z ktorých vyplýval aj konečný chybný výsledok. Chyba, ktorá sa opakovala v prípade 19,23% žiakov plynula z priradenia detí do 6 rokov do skupiny s 50% zľavou. Dvaja žiaci (7,69%) otázku neriešili.

#### 2. otázka

Na túto otázku odpovedali správne všetci žiaci (100%). Napriek tomu, že v otázke nebolo potrebné podať vysvetlenie, prečo má rodina nárok požiadať o skupinovú zľavu, žiaci zdôvodnili svoje riešenie úvodným textom.

#### 3. otázka

Táto otázka nadviazala na prvú otázku. Ak by úloha bola riešená testom, bolo by zrejme možné očakávať, že minimálne 42,31% žiakov neodpovie správne, pretože by títo žiaci vychádzali z riešenia prvej otázky. Pri diskusnej forme, je možné každú otázku rozoberať osobitne, a tým sa vyhnúť využitiu chybného výsledku z predchádzajúceho riešenia. Pri tretej otázke postupovali žiaci analogicky vo výpočte ako pri prvej otázke. Keďže žiaci už mali k dispozícii cenu cestovného bez využitia skupinovej zľavy, nebolo pre nich problémom dopočítať cenový rozdiel v prípade využitia skupinovej zľavy. Z 26 žiakov odpovedalo na otázku správne 76,92%. Dvaja žiaci (7,69%) otázku opätovne neriešili. 15,39% žiakov riešili otázku správne, ale objavili sa numerické chyby, v dôsledku, ktorých

vznikol nesprávny výsledok. Postup riešenia u týchto žiakov však napriek numerickým chybám možno považovať za správny.

#### **4. otázka**

Napriek tomu, že k tejto otázke prebehla najdlhšia diskusia, len dvaja žiaci (7,69%) prišli na spôsob ako cestovať legálne lacnejšie. Po vysvetlení myšlienky žiakmi, ktorí prišli na tento spôsob nebol pre ostatných žiakov problém už spoločne dopočítať nižšiu cenu cestovného.

#### **5. otázka**

Táto otázka sa pre žiakov javila ako veľmi zaujímavá. Podstatne s väčšou snahou a zvedavosťou riešili práve túto otázku. 69,23% žiakov odpovedalo na otázku „nie“. 7,6% žiakov odpovedalo „áno“. 23,08% žiakov nezakrúžkovalo žiadnu odpoveď. Zo žiakov, ktorí uviedli správnu odpoveď, však svoju odpoveď (vo väčšine prípadov výpočtom) zdôvodnilo len 30,77% žiakov. Ich zdôvodnenie bolo správne.

### **Deviaty ročník**

**Trieda:** IX.A

**Počet žiakov:** 25

Úloha Cesta vlakom bola ešte testovaná v IX.A triede. Úlohu v rámci domácej úlohy testovalo 25 žiakov. Žiaci k úlohe nedostali, okrem pokynu, že je to domáca úloha, žiadne vysvetlenie a úloha neprešla predtým v triede diskusiou.

#### **1. otázka**

Pri riešení tejto otázky sa u žiakov objavila minimálna chybovosť. Zo všetkých testujúcich žiakov 80% žiakov uviedlo správnu odpoveď. Traja žiaci (12%) mali správny postup výpočtu, rozdelenie cestujúcich do vekových skupín a priradenie príslušného cestovného, ale počas riešenia sa vyskytla numerická chyba, ktorá mala vplyv na nesprávny konečný výsledok. U dvoch žiakov (8%) vznikla podobná chyba ako v prípade žiakov ôsmeho ročníka. Uvedení žiaci pripočítali dve deti do 6 rokov, ktoré majú cestu zadarmo k deťom od 6 do 15 rokov.



## **2. otázka**

Riešenie otázky bolo správne u všetkých žiakov (100%). Sedem žiakov (28%) svoju odpoveď aj zdôvodnilo.

## **3. otázka**

Otázku správne vyriešilo 14 žiakov (56%), pričom využili riešenie prvej otázky. K týmto žiakom je možné pripočítať ešte jedného žiaka (4%), ktorý spravil iba numerickú chybu pri výpočte ceny cestovného v prípade 25% zľavy. Postup výpočtu mal však správny. K otázke nepripojili žiadne riešenie dvaja žiaci (8%). Očakávanou chybou bolo, že žiaci nedopočítajú cenový rozdiel medzi cenou cestovného so zľavou a bez zľavy. Túto chybu spravilo 5 žiakov (20%). Ako odpoveď uviedli, že skupina zaplatí za cestu 4 395 Sk. Dvaja žiaci hneď na začiatku výpočtu odobrali zo skupiny deti, čím sa zmenil počet cestujúcich v skupine. 8% žiakov považovalo za správnu odpoveď 3 926,20 Sk (cena cestovného so zľavou pre skupiny, pričom zo skupiny boli odobraté deti do 6 rokov). Jeden žiak (4%) postupoval ako žiaci, ktorí odrátali zo skupiny deti do 6 rokov, s tým rozdiel, že od plnej ceny cestovného odpočítal cenu so zľavou pre skupiny  $4\,981 - 3\,926,20 = 1\,054,80$  Sk.

## **4. otázka**

V deviatom ročníku sa počet žiakov, ktorí vyriešia túto otázku správne očakával podstatne vyšší ako v prípade ôsmeho ročníka. Na správne riešenie však prišlo iba sedem žiakov (28%). K otázke neuviedlo žiadne riešenie 60% žiakov. Štyria žiaci (16%) mali pri úlohe uvedenú aspoň myšlienku, že zo skupiny je potrebné vyradiť deti, traja z týchto žiakov nemali už žiadny ďalší výpočet. Jeden žiak vypočítal cenu cestovného podobne ako to bolo uvedené v analýze 2. otázky, keď boli zo skupiny odobraté deti do 6 rokov. Výsledok tohto žiaka bol 3 926,20 Sk.

## **5. otázka**

Neočakávanou odpoveďou v tejto otázke bolo nezakrúžkovanie žiadnej možnosti. Takúto odpoveď uviedlo 44% žiakov. Žiaci ako zdôvodnenie napísali: „*Cestovanie pre skupiny by bolo cenovo rovnaké*“. Toto zdôvodnenie vysvetlili najčastejšie na príklade (uvádzam jedno žiacke riešenie). Problémom bolo nevedomenie si, že skupinu musí tvoriť viac členov.

**Počet osôb v skupine:** 3

**Cena cestovného:** 100 Sk

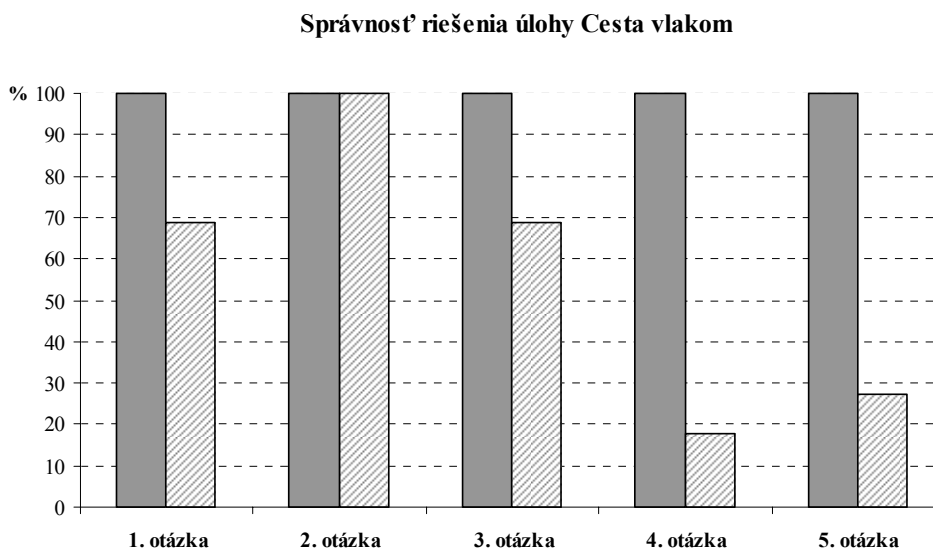
**SR (zľava)**  $(1 \cdot 100) + (2 \cdot 75) = 250$  Sk

**ČR (zľava)**  $(2 \cdot 100) + (1 \cdot 50) = 250$  Sk

Troja žiaci (12%) na túto otázku neodpovedali. V prípade piatich žiakov (20%) bola zakrúžkovaná odpoveď „áno“ bez vysvetlenia. V následnej diskusii títo žiaci priznali, že išlo skôr o typ ako logickú úvahu. Len 24% žiakov zodpovedalo na otázku správne. Ako zdôvodnenie použili títo žiaci výsledky z predchádzajúcich otázok a dopočítanie skupinovej zľavy, ktorá by platila na území Českej republiky.

Úlohu Cesta vlakom riešilo spolu 51 žiakov. Túto úlohu je lepšie riešiť so žiakmi diskusnou formou ako to bolo riešené v prípade žiakov ôsmeho ročníka. Vhodným je doplniť riešenie o kognitívne mapy, čím majú žiaci lepší prehľad, čo majú riešiť. Prvú a druhú otázku možno zaradiť k ľahším otázkam. Ide skôr o štandardné otázky a žiaci sú na takéto otázky zvyknutí. Tretia otázka robila žiakom problémy, hlavne v spojení čiastkových výsledkov do konečného výsledku. Štvrtá otázka bola dôkazom toho, že žiaci nemajú radi otázky na premýšľania a pri riešení radšej uplatňujú naučený algoritmus. Pri samostatnej práci najmä v deviatom ročníku, žiaci túto otázku vo väčšine prípadov neriešili. Aj keď sa piata otázka javila žiakom ako zaujímavá, mnohí žiaci uprednostnili tipovanie pred riešením. Úloha Cesta vlakom bola zaujímavá hlavne pre žiakov, ktorí vlakom cestujú, pre mnohé deti bola však táto problematika neznáma.

**Graf 4** Správnosť riešenia úlohy Cesta vlakom



## 4. ZÁVER

V úvode tejto práce boli stanovené základné ciele práce „**Vyučovanie matematiky v kontexte úloh zo života**“, ktoré bolo potrebné dosiahnúť.

Definované ciele v úvode práce:

- a) **vyhodnotenie pilotovania vybraných prípravných úloh podporujúcich rozvoj kľúčových kompetencií a matematickej gramotnosti pre reálny život**
- b) **vytvorenie a použitie matematických úloh podporujúcich rozvoj kľúčových kompetencií a matematickej gramotnosti pre reálny život**
- c) **návrh a použitie vlastnej metodiky vyhodnocovania riešenia úloh tzv. kódovanie úloh**

V práci bolo podané hodnotenie dvoch úloh Záhradkár a Cyklomaratón, ktoré boli testované v piatom ročníku základnej školy. V rámci tvorby nových úloh boli zostavené tri nové úlohy: Koľko nás bude?; Basketbalové ihrisko a Cesta vlakom. Úloha Koľko nás bude bola zameraná na demografiu Slovenskej republiky. Šport, ktorý je pre mnohých žiakov aktívnym vyplnením voľného času bol aspoň čiastočne v podobe matematickej úlohy riešený v úlohe Basketbalové ihrisko. Úloha Cesta vlakom vychádzala hlavne zo skutočnosti zorientovať sa v jednotlivých ponukách Železničnej spoločnosti Slovenskej republiky a vedieť tieto ponuky využívať aj v praktickom živote.

Všetky tri úlohy spolu otestovalo 202 žiakov. Bola pritom využitá testová forma, diskusia, domáce riešenie úloh, postupné zadávanie otázok a individuálna diskusia.

Pre dosiahnutie cieľa „**návrh a použitie vlastnej metodiky vyhodnocovania riešenia úloh tzv. kódovanie úloh**“ bola analyzovaná úloha Koľko nás bude? Návrh vyhodnocovania úlohy podmieňovali žiacke riešenia, poprípade konzultácie s kolegami, ktorí o tieto úlohy prejavili záujem.

Práca s takýmito úlohami na hodinách matematiky ukázala nepripravenosť žiakov na využitie naučených poznatkov z matematiky v živote. Žiaci sa vo veľkej miere snažili uplatniť pri riešení úloh naučený algoritmus, tipovanie pri otázkach s možnosťou odpovede poprípade aj neriešenie otázky, na úkor logickej úvahy, vysvetlenia vlastného riešenia a pod..

Ako prekvapujúce sa ukázalo, že triedy, v ktorých boli žiaci prerozdelení do jazykových a nejazykových variantov pristupujú k riešeniu úloh podstatne odlišne. Žiaci jazykových variantov uplatňovali viac príslušný algoritmus a častejšie potrebovali

vysvetlenie otázok v porovnaní so žiakmi v nejazykových variantoch, ktorí pristupovali k riešeniu s podstatne lepšou logickou úvahou. Z hodnotenia prístupu žiakov k úlohám a riešenia úloh možno konštatovať, že žiaci, ktorí dosahujú horšie študijne výsledky riešili úlohy s oveľa väčšou chuťou a lepšími výsledkami ako ich spolužiaci s výbornými prospechom.

V závere tejto práce možno povedať, že úlohy z reálneho života si u testovaných žiakov našli svoje pevné miesto. Aj keď spočiatku, bolo testovanie veľmi náročné, pretože žiaci neboli na tento spôsob vyučovania matematiky zvyknutí s odstupom času, častejším riešením takýchto úloh si našli spôsob ako postupovať, načo sa pri riešení zamerať a ako dané úlohy riešiť. Zavádzanie takýchto úloh do vyučovania matematiky má určite svoje neoceniteľné miesto, pretože spája život a učenie. Je nutné takéto úlohy implementovať do čo najnižších ročníkov základnej školy, kedy je potrebné žiakov, čo najviac motivovať k matematike. Záleží len od pedagóga, ktorý sa denne stretáva so žiakmi, akým spôsobom im matematiku sprístupní, pretože od neho bude záležať, aké miesto si nájde tento predmet u žiakov. Vyučovať matematiku pre život, cez úlohy zo života, cez hru bude pre žiaka a učiteľa, tým najlepším spôsobom ako matematike pripísať vyššie priečky v obľúbenosti medzi žiakmi.

## 5. ZOZNAM PRÍLOH

<i>Príloha č. 1</i>	Úloha Záhradkár
<i>Príloha č. 2</i>	Úloha Cyklomaratón
<i>Príloha č. 3</i>	Úloha Koľko nás bude?
<i>Príloha č. 4</i>	Žiacke riešenie úlohy Koľko nás bude? - 5. ročník
<i>Príloha č. 5</i>	Kódovanie žiackeho riešenia úlohy Koľko nás bude?
<i>Príloha č. 6</i>	Úloha Basketbalové ihrisko
<i>Príloha č. 7</i>	Žiacke riešenie – konštrukcia trojbodového územia
<i>Príloha č. 8</i>	Úloha Cesta vlakom

## 6. INTERNETOVÉ ZDROJE

1. Hochbruck M., Sautter J. – M.: *Mathematik fürs Leben am Beispiel Computertomographie*. Mathematische Semesterberichte manuscript No.. Mathematisches Institut, Universität Düsseldorf. 2001. Dostupné na internete: <http://www.am.uni-duesseldorf.de>
2. Kol. autorov: *Lebendige Mathematik*. Berliner Thesen zum Mathematikunterricht. Dostupné na internete: [http://www.math.tu-berlin.de/~ziegler/BMG/Berliner\\_Thesen.pdf](http://www.math.tu-berlin.de/~ziegler/BMG/Berliner_Thesen.pdf)
3. <http://www.brefeld.homepage.t-online.de/>
4. Milenium – Národný program výchovy a vzdelávania v Slovenskej republike na najbližších 15 – 20 rokov
5. <http://www.statpedu.sk>
6. Národná správa – PISA 2006, Štátny pedagogický ústav, str. 56. Dostupné na internete: [http://www.statpedu.sk/buxus/generate\\_page.php?page\\_id=938](http://www.statpedu.sk/buxus/generate_page.php?page_id=938)
7. [www.matematicapointa.sk](http://www.matematicapointa.sk)