



Tvorba a overovanie kontextových úloh

Záverečná práca

autor: Mgr. Jozef Bašo

odborný konzultant: Ján Žabka

Banská Bystrica
2008

Čestné prehlásenie:

Prehlasujem na svoju česť, že som diplomovú prácu vypracoval samostatne a použil som len uvedené zdroje a literatúru.

Jozef Bašo

Pod'akovanie

Touto cestou d'akujem pánovi Jánovi Žabkovi za cenné rady a pripomienky pri tvorbe a overovaní nových úloh a pri.písaní záverečnej práce. Zároveň chcem poďakovať celému kolektívu školiteľov školenia „Tvorba a použitie matematických úloh podporujúcich rozvoj kľúčových kompetencií a matematickej gramotnosti pre reálny život“ za veľmi zaujímavé a obohacujúce školenia.

Obsah

Úvod	4
1 Spoločný prenájom	5
2 Výrub stromov	9
3 Tachometer	14
4 Kompletné zadania úloh aj s riešeniami	18
4.1 Spoločný prenájom	18
4.2 Riešenia - Spoločný prenájom	20
4.3 Výrub stromov	22
4.4 Riešenia – Výrub stromov	23
4.5 Tachometer	25
4.6 Riešenia – Tachometer	27
5 Úlohy zo školenia v Richňave	28
5.1 Dlaždice	28
5.2 Prezidentské voľby.....	31
6 Záver	32

Úvod

Od novembra 2006 do decembra 2007 som mal možnosť zúčastniť sa školenia školenia: „*Tvorba a použitie matematických úloh podporujúcich rozvoj kľúčových kompetencií a matematickej gramotnosti pre reálny život*“ v rámci ktorého som sa oboznámil s rôznymi typmi kontextových úloh a mal som možnosť, s pomocou konzultanta, vytvoriť a prakticky otestovať niekoľko vlastných kontextových úloh. Kontextovou úlohou sa myslí zadanie, v ktorom na nejaký kontext, najlepšie z reálneho života, prípadne iný, pre žiakov zaujímavý kontext, nadväzuje niekoľko úloh zvyčajne so zvyšujúcou sa obtiažnosťou. Kontextové úlohy z reálneho života zvyčajne žiakov motivujú viac ako „klasické“ slovné úlohy. Okrem toho často môžu byť riešené rôznymi spôsobmi, čo učí žiakov samostatne a tvorivo rozmyšľať, a vyžadujú okrem výsledku aj vysvetlenia, teda učia žiakov aj argumentovať. Myslím, že pri súčasnom vyučovaní matematiky môžu byť tieto úlohy veľkým prínosom, a preto som sa rozhodol kontextové úlohy používať vo vyučovaní, nakoľko to bude možné a tiež niekoľko zadaní aj vytvoriť.

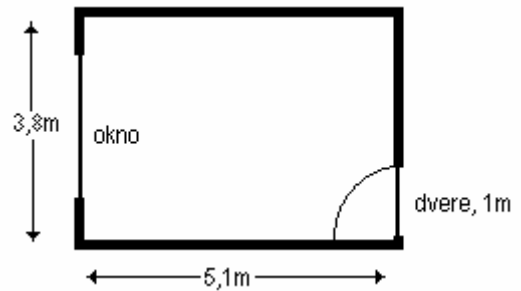
V tejto záverečnej práci chcem zhrnúť moje skúsenosti s vymýšľaním mojich troch kontextových úloh, zmenami v úlohách a s ich testovaním v triedach. Tiež chcem popísať testovanie ďalších kontextových úloh, reakcie žiakov na ne, na úspechy a neúspechy žiakov pri ich riešení, a na výhody a problémy pri používaní kontextových úloh.

Práca sa skladá, z piatich kapitol. V prvých troch je popísaný vznik troch mojich zadaní kontextových úloh a postupné úpravy týchto zadaní na základe ich overovania so žiakmi. Obsahujú aj informácie o úspešnosti a o problémoch, ktoré mali žiaci pri rešení zadaní. V štvrtej kapitole sú uvedené spolu všetky tri úplné zadania aj so správnymi riešeniami. Posledná, piata kapitola popisuje overovanie niekoľkých úloh pripravených školiteľmi, o ktorých sme diskutovali na prvom školení v Richňave. Znenie zadaní je, okrem 4. kapitoly, písané kurzívou a obrázky, ktoré sú súčasťou zadaní nie sú číslované.

1 Spoločný prenájom

Toto zadanie vzniklo na základe skutočného delenia prenajatej miestnosti. Prvýkrát bolo použité v triede sekunda v tomto znení:

V panelovom obytnom dome sa nskytla možnosť prenájmu miestnosti v suteréne. Záujem prejavili traja susedia, ktorí ju chcú používať ako pivnicu. Dohodli sa, že miestnosť si rozdelia drevenými stenami.



Ako môžu rozdeliť miestnosť na 3 časti, tak aby sa čo najlepšie využili priestor? Miestnosť má rozmery 5,1m a 3,8 vysoká je 3m.

Žiakov som sa snažil motivovať aj tým, že kto vymyslí rozdelenie s najväčšou plochou pre každého suseda dostane jednotku.

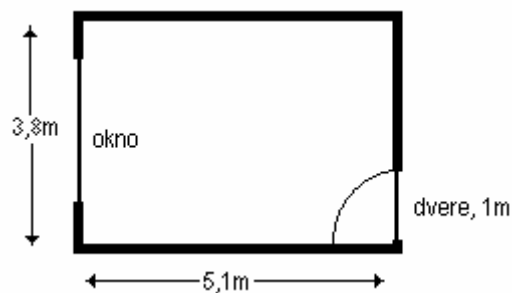
Chybnými riešeniami boli najmä tie, keď žiaci jednoducho rozdelili obdĺžnik na 3 časti vodorovne alebo zvislo, a zabudli na chodbičku (prípadne argumentovali tým, že sused prejde cez druhú pivnicu), alebo nakreslili na plánik niekoľko nových dverí. Vyskytla sa aj otázka, či vadí, ak niekto nebude mať prístup k oknu.

Žiakov úloha zaujala a riešili ju všetci, po vysvetlení nejasností takmer všetci prišli k nejakému riešeniu (k niektorému zo správnych), niektorí prišli na to, že plochu pre susedov môžu zväčšiť čo najväčším zmenšením chodbičky (a tí potom dostali jednotky).

Pri úpravách textu zadania som vzal do úvahy nejasnosti, ktoré sa vyskytli pri riešení a pridal som k nej ešte ďalšie úlohy. Definitívna verzia vyzerala takto:

Spoločný prenájom

V panelovom obytnom dome sa vyskytla možnosť prenájmu miestnosti v suteréne. Záujem prejavili traja susedia, ktorí ju chcú používať ako pivnicu. Dohodli sa, že miestnosť si vymaľujú a rozdelia drevenými stenami.



Úloha č. 1: Zistite, aké balenie farby potrebujú kúpiť, ak 7,5 kg farby stačí (podľa informácií výrobcu) na 60 m^2 . V predajni majú balenia po 5 kg, 7,5 kg a 10 kg.

Miestnosť je vysoká 3m. Dvere majú rozmery 1 m a 2 m, okno 2 m a 0,5 m. Maľovať sa budú steny a strop.

Na maľovanie miestnosti by bolo najvýhodnejšie kúpiť _____ kg balenie.

Úloha č. 2: Navrhните susedom ako si majú rozdeliť túto miestnosť na 3 samostatné časti a jednu chodbičku, za týchto podmienok:

- Každá časť bude mať rovnakú plochu.
- Každá časť bude samostatná – nebude sa do nej vchádzať cez cudziu časť.
- Do stien prenajatej miestnosti nie je možné vybrať iné dvere okrem tých, ktoré sú nakreslené na obrázku.
- Na umiestnení okna nezáleží (pretože nie je problém namontovať osvetlenie).

Sem nakreslite
váš návrh rozdelenia
miestnosti:



Koľko m^2 bude mať k dispozícii každý zo susedov?

Každý zo susedov bude mať _____ m^2 .

Úloha č. 3: Jeden zo susedov tvrdil, že nie je dôležité len rozdelenie miestnosti, ale aj hrúbka priečok, ktoré miestnosť rozdelia. Navrhol, aby dali postaviť priečky 7 cm hrubé, aby boli dostatočne pevné a vydržali čo najdlhšie.

Vypočítajte, akú plochu zaberú priečky hrubé 7 cm (predpokladáme, že dvere sú rovnako hrubé ako priečky) pri vami navrhovanom rozdelení miestnosti.

Priečky hrubé 7 cm zaberú _____ m^2 .

Úloha č. 4: Druhý sused ale s týmto návrhom nesúhlasil a povedal, že priečky by mali mať len 5 cm, že aj tak budú dosť silné a ešte aj ušetria viac priestoru. Skúste zistiť, koľko priestoru by v skutočnosti ušetrili, ak by nepostavili priečky hrubé 7 cm, ale len 5 cm.

Postavením 5 cm hrubých priečok by ušetrili (oproti 7 centimetrovým) _____ m^2 .

Túto verziu zadania som opäť testoval v triede sekunda (s inými žiakmi - v ďalšom školskom roku). Riešili vo dvojiciach, alebo samostatne.

Zadanie žiakov tiež zaujalo a väčšina vyriešila prvú úlohu správne. V druhej úlohe sa našlo len jedno riešenie bez chodbičky. V tejto úlohe ale často chýbal výpočet plochy pre každého zo susedov a rozmery rozdelených častí, bol tam len nákres a preto som potom do zadania pridal miesto na výpočet. Posledné dve úlohy už žiakov veľmi nezaujali a riešili ich len niekoľkí, ostatní len do kolónky na odpoveď napísali nejaké ľubovoľné číslo, akože to už vypočítali. Keďže som to neznámkoval mohli si to dovoliť. Problémom podľa mňa bolo aj to, že pomocné výpočty si mnohí robili na iné papiere ktoré neodovzdali, aj keď som im hovoril, že počítať majú tiež do papiera so zadaním, a teda som nemohol zistiť, ktorí počítali a ktorí si len tipli výsledok, alebo ho od niekoho odpísali.

Zadanie je vhodné na precvičovanie výpočtu obsahu plochy. Prvá úloha sa dá použiť aj do písomky, či testu, pri druhej by som to neodporúčal, je vhodnejšia na riešenie v triede a následnú diskusiu o správnosti vzniknutých riešení. Tretiu a štvrtú úlohu by možno bolo vhodné nahradiť len jednou úlohou na výpočet plochy priečok, aby žiakov neodrádzalo, že počítajú akoby dvakrát to isté.

2 Výrub stromov

Prvá verzia tohto zadania vyzerala takto:

Pán Malý s rodinou si kúpili dom. Na dvore pred domom rastú 3 staré stromy, ktoré by chceli dať vypíliť, a na ich mieste by chceli mať trávnik.

Pán Malý si preto na internete našiel zákon o výrube stromov a dozvedel sa, že na výrub je potrebné vybaviť si povolenie. Povolenie nie je potrebné na dreviny s obvodom kmeňa menším ako 40 cm (merané vo výške 130cm), v súkromných záhradách dokonca do 80 cm.

V prípade, že by ste na danom mieste chceli trávnik, je potrebné odstrániť aj peň, ktorý po strome zostane. To sa robí takzvaným frézovaním, ktorého cena závisí od plochy, ktorú je potrebné odstrániť. Cena závisí od konkrétnej firmy, ale pohybuje sa okolo 3000 Sk za m². (tým sa odstráni peň až do hĺbky 0,5 m pod zemou).

Pán Malý si zobral špagát a začal merať stromy, vo výške 20cm a 130 cm nad zemou (Viete prečo to takto meral?). Stará breza mala obvody 83 a 72 cm, smrek mal 95 cm a 88 cm a slivka 40 cm a 36 cm.

Úloha č. 1: *Vypočítajte, aké hrubé (priemer kmeňa) boli merané stromy vo výške 20 cm nad zemou, za predpokladu, že majú kruhový prierez.*

Breza mala priemer kmeňa _____ cm,

smrek mal priemer kmeňa _____ cm,

slivka mala priemer kmeňa _____ cm.

Úloha č. 2: *Určte na ktoré stromy si musí pán Malý vybaviť povolenie na výrub.*

Pán Malý si musí vybaviť povolenie na výrub _____.

Úloha č. 3: *Vypočítajte plochu pňov, ktoré ostanú po vyrúbaní týchto stromov.*

Plocha pňa brezy je _____ cm², plocha pňa smreka je _____ cm² a plocha pňa slivky je _____ cm²

Celková plocha ktorú treba vyfrézovať je _____ cm².

Pán Malý bude platiť za vyfrézovanie _____ Sk.

Úloha č. 4: Mohol by si pán malý uľahčiť počítanie tak, že by najskôr sčítal polomery pňov a potom by túto hodnotu dosadil do vzorca ako polomer?

Áno / Nie

Vysvetlenie:

Po konzultácii som vynechal úlohy 1 a 4, pretože neboli vzhľadom na kontext prirodzené a vzhľadom na znenie zákona som pridal aj stromy mimo pozemku. Zadanie sa zmenilo na toto:

Pán Malý s rodinou si kúpili dom. Na dvore rastú 3 staré stromy, ktoré by chceli dať vypíliť, a na ich mieste by chceli mať trávnik. Tiež by chceli vypíliť 3 stromy mimo ich pozemku, pred domom, pretože im tienia.

Pán Malý si preto na internete našiel zákon o výrube stromov a dozvedel sa, že na výrub je potrebné vybaviť si povolenie. Povolenie nie je potrebné na dreviny s obvodom kmeňa menším ako 40 cm (merané vo výške 130 cm), v súkromných záhradách dokonca do obvodu 80 cm.

V prípade, že by ste na danom mieste chceli trávnik, je potrebné odstrániť aj peň, ktorý po strome zostane. To sa robí takzvaným frézovaním, ktorého cena závisí od obsahu plochy prierezu pňa, ktorý je potrebné odstrániť. Cena závisí od konkrétnej firmy, ale pohybuje sa okolo 3000 Sk za m². (tým sa odstráni peň až do hĺbky 0,5 m pod zemou).

Pán Malý si zobral špagát a začal merať stromy, vo výške 20 cm a 130 cm nad zemou. Zo stromov na dvore získal tieto údaje: slivka mala obvody 40 cm a 36 cm, hruška 80 cm a 72 cm a jablň 85 cm a 75 cm . Obvody stromov mimo pozemku boli 85 a 72 cm (stará breza), 95 cm a 88 cm (smrek) a 40 cm a 36 cm (javor)

Úloha č. 1: Viete vysvetliť prečo to takto meral a načo sú tieto údaje potrebné?

Vysvetlenie: _____

Úloha č. 2: Na ktoré stromy si musí pán Malý vybaviť povolenie na výrub?

Pán Malý si musí vybaviť povolenie na výrub _____.

Úloha č. 3: Vypočítajte plochu všetkých pňov, ktoré ostanú po vyrúbaní týchto stromov za predpokladu, že prierez všetkých stromov je kruhový. Frézovať sa budú všetky pne.

Výpočet:

Plocha pňa slivky je _____ cm^2 , plocha pňa hrušky je _____ cm^2 , plocha pňa jablone je _____ cm^2 .

Plocha pňa brezy je _____ cm^2 , plocha pňa smreka je _____ cm^2 a plocha pňa javora je _____ cm^2 .

Celková plocha ktorú treba vyfrézovať je _____ cm^2 .

Pán Malý bude platiť za vyfrézovanie _____ Sk.

Zadanie v takejto podobe som testoval v triede kvinta spolu so zadáním Tachometer. Žiaci mohli riešiť úlohy sami, alebo vo dvojiciach, a úlohy neboli známkové. Tým si vysvetľujem že mnohí žiaci niektoré, najmä ťažšie úlohy neriešili vôbec. Obidve zadania spolu zvládli takmer všetci žiaci za menej ako 30 minút. Takto vyzerali riešenia jednotlivých úloh v tomto zadání:

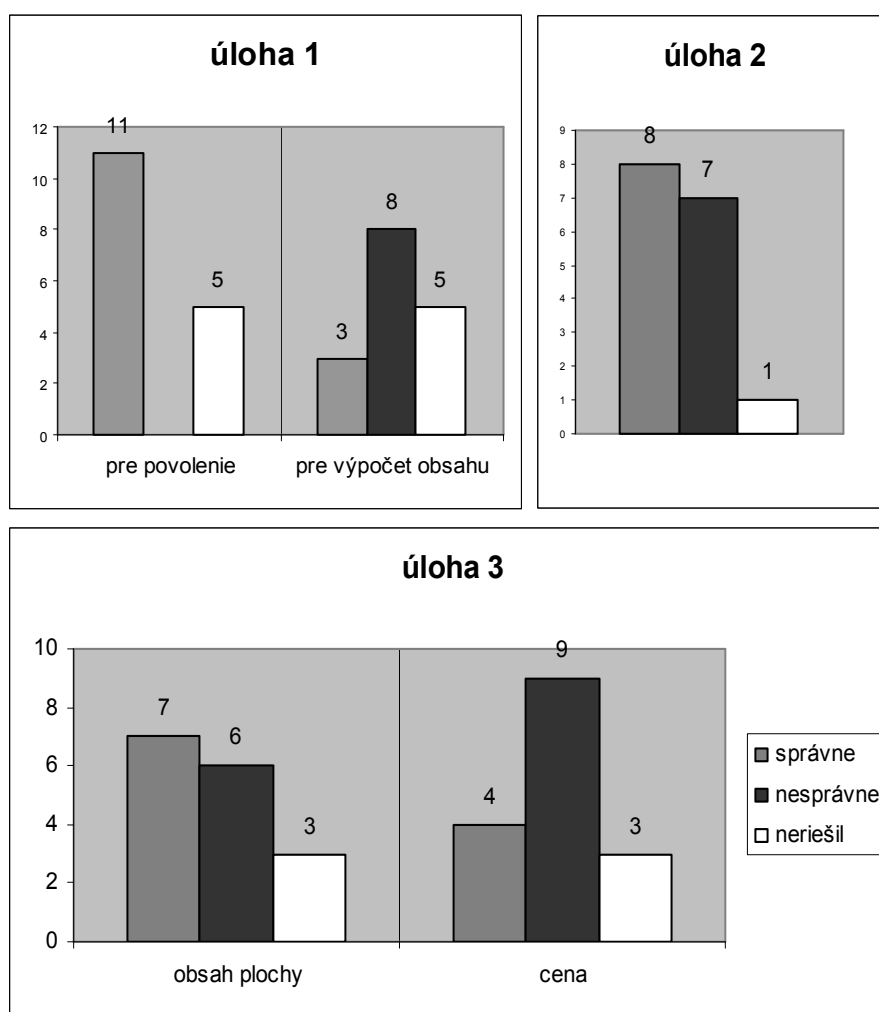
Úloha č.1: Všetci ktorí túto úlohu riešili, napísali, že je to kvôli zákonu o výrube, len menej žiakov uviedlo aj to, že meranie vo výške 20 cm nad zemou je potrebné na vypočítanie polomeru a z toho približnej ceny frézovania.

Úloha č.2: V tejto úlohe veľký počet žiakov uvádzal viac stromov ako je správne, zrejme preto, že sledovali obvod vo výške 20 cm nad zemou. Možno by bolo

dobré údaje o polomeroch usporiadať nejako prehľadnejšie, ale ak chceme sledovať a precvičovať čítanie s porozumením, myslím, že znenie môže ostať aj takéto.

Úloha č.3: Nesprávne riešenia v teto úlohe boli spôsobené buď počítaním z nesprávneho obvodu (130 cm nad zemou), alebo nesprávnym výpočtom polomeru z obvodu (počítali $O/2$ namiesto $O/2\pi$). V jednom prípade sa dokonca stalo, že obsahy plochy pňov v záhrade boli vypočítané správne, a obsahy plochy pňov mimo pozemku už nesprávnym spôsobom.

Ak aj bol obsah plochy pňov vypočítaný správne, niekoľkým sa stalo, že nepremenili cm^2 na m^2 , alebo premenili nesprávne a preto im vyšla nesprávna cena. Aj keď to bolo napr. 75000, žiaci sa nad tým nepozastavili.

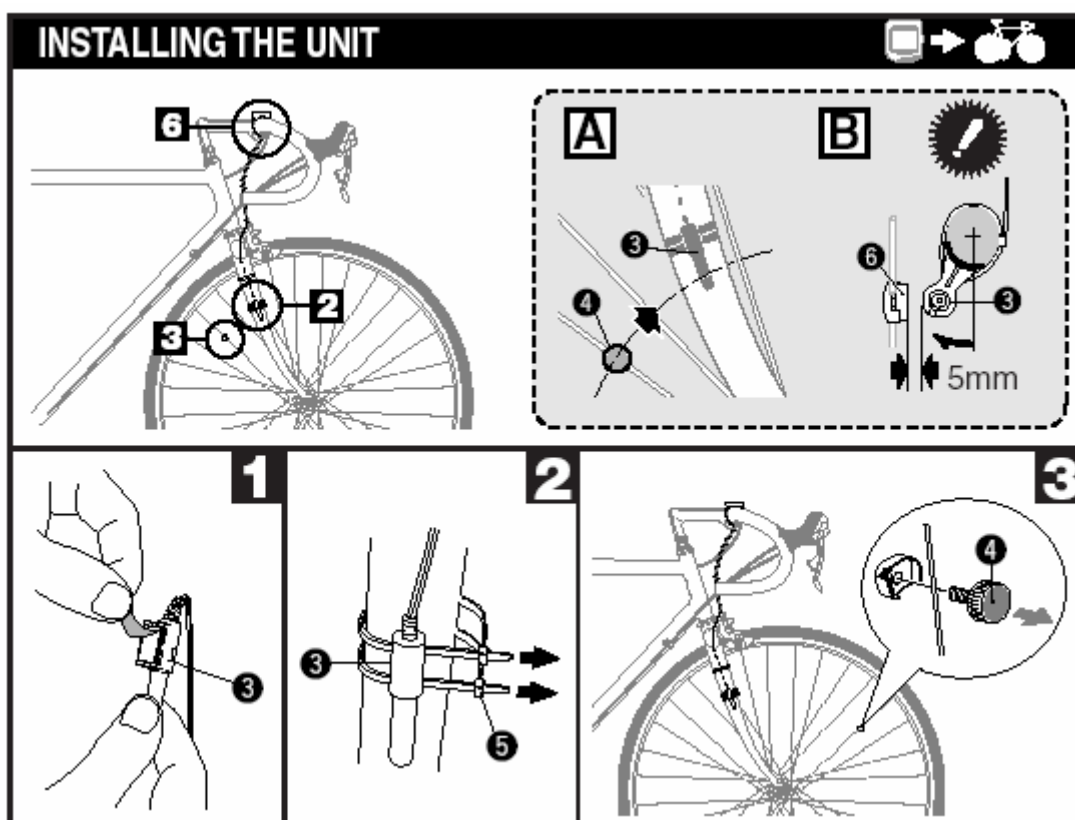


graf 1: Žiacke riešenia úloh v zadaní Výrub stromov.

Táto úloha je vhodná na precvičovanie dĺžky kružnice a obsahu kruhu a tiež na precvičovanie čítania s porozumením, pretože text je dosť dlhý a je v ňom potrebné vyhľadať dôležité informácie. V druhej úlohe by možno bolo vhodné diskutovať o tom, čo by sa stalo, keby mal niektorý zo stromov vo výške 130 cm nad zemou obvod presne 40 cm. Na záver tretej úlohy by mohla nasledovať diskusia o odcýlkach vo výsledných cenách a o príčinách týchto odchýlok, pretože vzhľadom na zaokúňovanie sa určite vyskytnú rôzne riešenia.

3 Tachometer

Peter dostal na narodeniny tachometer na bicykel. V návode si prečítal, že musí na koleso pripevniť magnetku (3) a na vidlicu snímač (2), ktorý registruje, keď pri pohybe kolesa prejde magnetka okolo neho (vlastne počíta otočenia kolesa).



Potom ešte musí tachometer nastaviť - treba zadať priemer kolesa, aby tachometer správne počítal prejdenú vzdialenosť a rýchlosť (a iné údaje napr. priemernú rýchlosť, maximálnu rýchlosť, čas jazdy...).

Peter všetky komponenty pripevnil, ako bolo treba, ale pri nastavovaní sa pomýlil a zadal polomer kolesa namiesto jeho priemeru. Hneď potom sa vybral tachometer vyskúšať.

Zo začiatku jazdy si nič nevšimol, len potom, keď sa spustil plnou rýchlosťou z kopca, mu niečo nesedelo. Mal pocit, že už ide poriadne rýchlo, ale tachometer ukazoval len 20 km/h.

Otázka č.1: Ako rýchlo išiel Peter v skutočnosti?

Peter išiel z kopca rýchlosťou _____ km/h.

Vysvetlenie: ...

Keď si Peter konečne uvedomil, v čom je chyba, mal za sebou už hodinu cesty a prešiel už 9 km – aspoň tak to bolo na tachometri.

Otázka č.2: Ako dlho šiel Peter naozaj a koľko kilometrov za ten čas prešiel?

Peter sa viezol na bicykli _____ minút a prešiel _____ km.

Vysvetlenie: ...

Po týchto výpočtoch sa Peter rozhodol, že už pôjde domov a na spätnú cestu si nastaví tachometer tak, aby mu nakoniec ukázal skutočný počet kilometrov, ktorý za ten deň prešiel.

Otázka č.3: O koľko väčší, alebo aký násobok priemeru musí Peter zadať pri nastavovaní tachometra?

Výpočet: ...

Peter musí zadať _____.

(Vysvetlenie: ...)

Toto nastavenie tachometra znovu nie je správne, a preto ani pri spätnéj ceste nebude ukazovať skutočnú Petrovu rýchlosť.

Otázka č.4: Skúste zistiť, ako môže Peter z tejto rýchlosti vypočítať svoju skutočnú rýchlosť počas spätnéj cesty.

Výpočet: ...

Peter musí _____.

(Vysvetlenie: ...)

A po príchode domov Peter zadal do tachmetra správnu hodnotu priemeru kolesa, aby sa nabudúce vyhol toľkému počítaniu.

Riešenia:

1.) Peter išiel z kopca rýchlosťou 40 km/h.

2.) Peter sa viezol na bicykli asi 60 minút a prešiel 18 km.

3.) Cestou tam prešiel 18 km, tachometer ukázal 9, cestou späť prejde znovu 18 km a chce aby tachometer započítal 27 km. Zadať musí teda $3/2$ priemeru kolesa.

(Očakávané nesprávne riešenie – 2-násobok priemeru kolesa)

4.) Nastavený priemer kolesa je 1,5-násobkom ($3/2$ -násobkom) skutočného priemeru a preto aj rýchlosť bude 1,5-násobkom ($3/2$ -násobkom) skutočnej rýchlosti. Skutočná rýchlosť bude teda približne 0,66-násobkom (presne $2/3$) ukazovanej rýchlosti.

Zadanie v takejto podobe som testoval v triede kvinta spolu so zadaním Výrub stromov. Žiaci mohli riešiť úlohy sami, alebo vo dvojiciach a úlohy neboli známkové. Tým si vysvetľujem že mnohí žiaci niektoré, najmä ťažšie úlohy neriešili vôbec. Niektorí žiaci vzdali riešenie tejto úlohy preto, že im chýbala konkrétna hodnota polomeru kolesa. Možno by bolo dobré polomer v zadaní uviesť a potom by sme mohli sledovať, kto prišiel na to, že je to nadbytočný údaj.

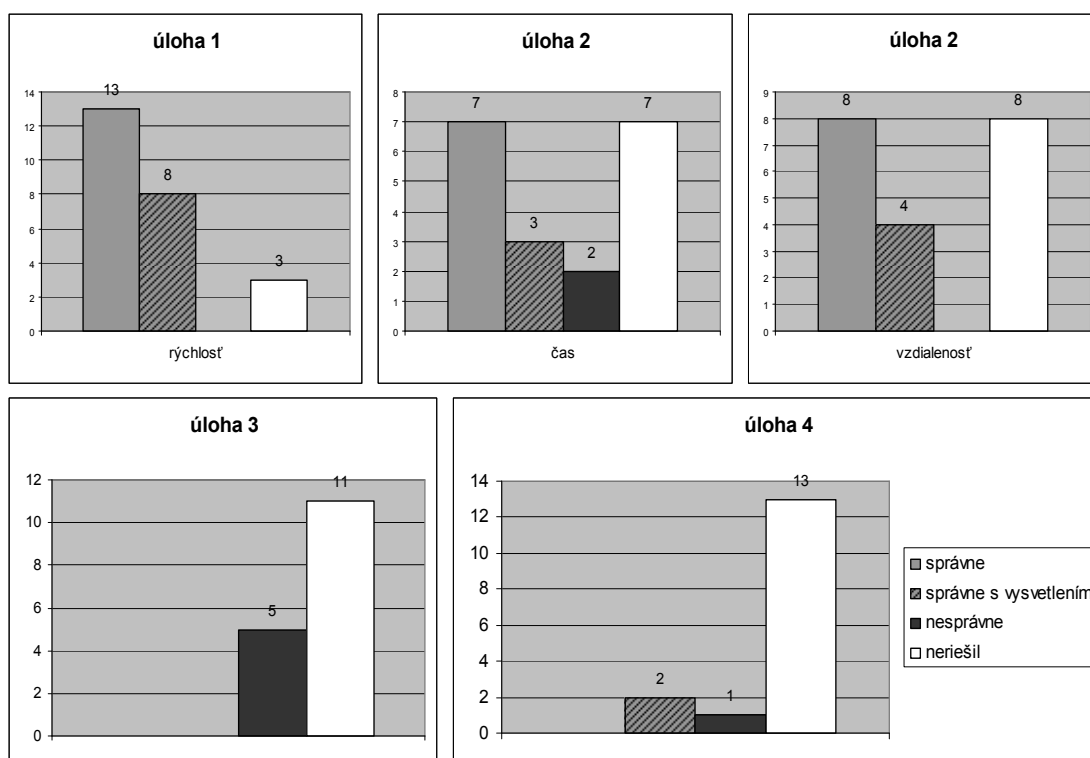
Obidve zadania spolu zvládli takmer všetci žiaci za menej ako 30 minút. Takto vyzerali riešenia jednotlivých úloh v tomto zadaní:

Úloha č.1: Všetci žiaci, ktorí túto úlohu riešili, udali správne 40 km/h, ale len časť z nich uviedla aj vysvetlenie.

Úloha č. 2: Zo správnych riešení bola asi len polovica aj s vysvetlením, nesprávne riešenia boli dve, v ktorých žiaci napísali aj čas dvojnásobný. Tiež sa zvýšil počet žiakov, ktorí úlohu neriešili.

Úloha č. 3: Túto úlohu nevyriešil správne ani jeden žiak, dvaja napísali 1,8 – násobok a traja dvojnásobok, ostatní úlohu ani neriešili.

Úloha č. 4: túto úlohu vyriešili správne dvaja žiaci, napriek tomu, že predchádzajúcu mali nesprávne, jeden úlohu vyriešil nesprávne a ostatní neuviedli žiadnu odpoveď.

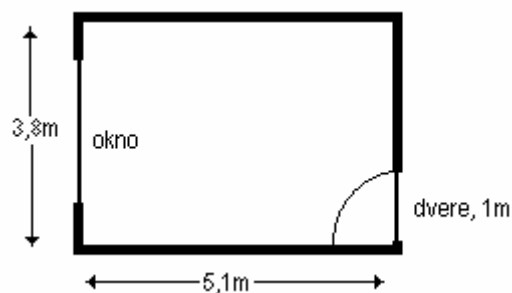


graf 2: Žiacke riešenia v zadaní Tachometer

4 Kompletné zadania úloh aj s riešeniami

4.1 Spoločný prenájom

V panelovom obytnom dome sa vyskytla možnosť prenájmu miestnosti v suteréne. Záujem prejavili traja susedia, ktorí ju chcú používať ako pivnicu. Dohodli sa, že miestnosť si vymaľujú a rozdelia drevenými stenami.



Úloha č. 1: Zistite, aké balenie farby potrebujú kúpiť, ak 7,5 kg farby stačí (podľa informácií výrobcu) na 60 m^2 . V predajni majú balenia po 5 kg, 7,5 kg a 10 kg.

Miestnosť je vysoká 3m.. Dvere majú rozmery 1 m a 2 m, okno 2 m a 0,5 m Maľovať sa budú steny a strop.

Výpočet:

Na maľovanie miestnosti by bolo najvýhodnejšie kúpiť _____ kg balenie.

Úloha č. 2: Navrhните susedom ako si majú rozdeliť túto miestnosť na 3 samostatné časti a jednu chodbičku, za týchto podmienok:

- Každá časť bude mať rovnakú plochu.
- Každá časť bude samostatná – nebude sa do nej vchádzať cez cudziu časť.
- Do stien prenajatej miestnosti nie je možné vybrať iné dvere okrem tých, ktoré sú nakreslené na obrázku.
- Na umiestnení okna nezáleží (pretože nie je problém namontovať osvetlenie).

Sem nakreslite váš návrh rozdelenia miestnosti:



Koľko m² bude mať k dispozícii každý zo susedov?

Výpočet:

Každý zo susedov bude mať _____ m².

Úloha č. 3: Jeden zo susedov tvrdil, že nie je dôležité len rozdelenie miestnosti, ale aj hrúbka priečok, ktoré miestnosť rozdelia. Navrhol, aby dali postaviť priečky 7 cm hrubé, aby boli dostatočne pevné a vydržali čo najdlhšie.

Vypočítajte, akú plochu zaberú priečky hrubé 7 cm (predpokladáme, že dvere sú rovnako hrubé ako priečky) pri vami navrhovanom rozdelení miestnosti.

Výpočet:

Priečky hrubé 7 cm zaberú _____ m².

Úloha č. 4: Druhý sused ale s týmto návrhom nesúhlasil a povedal, že priečky by mali mať len 5 cm, že aj tak budú dosť silné a ešte aj ušetria viac priestoru. Skúste zistiť, koľko priestoru by v skutočnosti ušetrili, ak by nepostavili priečky hrubé 7 cm, ale len 5 cm.

Výpočet:

Postavením 5 cm hrubých priečok by ušetrili (oproti 7 centimetrovým) _____ m².

4.2 Riešenia - Spoločný prenájom:

Úloha č. 1: steny ... $3 \cdot 2 \cdot (3,8 + 5,1) - (0,5 \cdot 2 + 1 \cdot 2) = 50,4\text{m}^2$

strop ... $3,8 \cdot 5,1 = 19,38\text{m}^2$

spolu ... $69,78\text{m}^2$ takže je potrebné kúpiť 10 kilogramové balenie.

Úloha č. 2: Tu sa nedá jednoznačne povedať, ktoré riešenie je správne, lebo pivnicu môžu rozdeliť naozaj ľubovoľne, preto uvediem len najčastejšie správne a chybné riešenia.

Dve nespávne riešenia (nie je možné sa dostať sa do niektorých častí)

$$5,1 : 3 \cdot 3,8 = 6,46 \text{ m}^2$$

$$\text{alebo } 3,8 : 3 \cdot 5,1 = 6,46 \text{ m}^2$$



Dve najčastejšie správne riešenia :

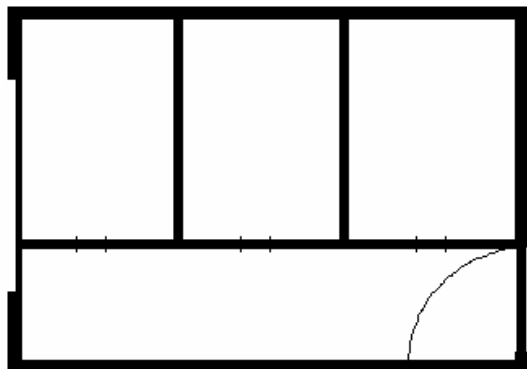
Rozdelenie a)

rozdelenie b)

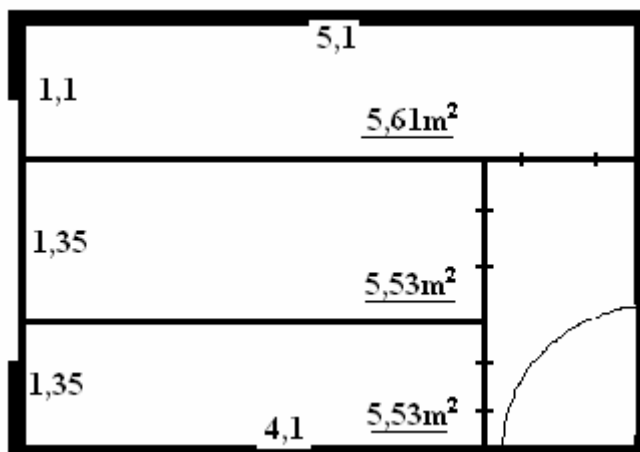
pri chodbičke širokej 1m obsahy miestností vychádzajú:

$$\text{a) } 5,1 : 3 \cdot (3,8 - 1) = 4,76\text{m}^2$$

$$\text{alebo b) } (5,1 - 1) \cdot 3,8 : 3 = 5,19 \text{ m}^2$$



Ďalšie správne riešenia vychádzajú z toho že si žiaci uvedomia, že zmenšením chodbičky získajú viac plochy pre samotné pivnice (tie nemusia mať presne rovnaký tvar, stačí približne rovnaká plocha). Napr.:



Úloha č. 3: Vypočítame polchu ktorú zaberajú priečky pri dvoch najčastejších riešeniach, trochu to závisí od toho akú zvolia dĺžku dvoch priečok v strede (či zmenšia miestnosti alebo chodbičku). Uvádzam riešenia pre rozdelenie a) aj b) ako pri úlohe 2:

a) približne $0,74 - 0,75 \text{ m}^2$

b) približne $0,83 - 0,84 \text{ m}^2$

Úloha č. 4: Takisto uvádzam riešenia pre rozdelenie a) aj b) ako pri úlohe 2:

a) priečky hrubé 5 cm zaberú $0,53 - 0,54 \text{ m}^2$, ušetrí sa teda približne $0,21 \text{ m}^2$.

b) priečky hrubé 5 cm zaberú $0,59 - 0,6 \text{ m}^2$, ušetrí sa teda približne $0,24 \text{ m}^2$.

4.3 Výrub stromov

Pán Malý s rodinou si kúpili dom. Na dvore rastú 3 staré stromy, ktoré by chceli dať vypíliť, a na ich mieste by chceli mať trávnik. Tiež by chceli vypíliť 3 stromy mimo ich pozemku, pred domom, pretože im tienia.

Pán Malý si preto na internete našiel zákon o výrube stromov a dozvedel sa, že na výrub je potrebné vybaviť si povolenie. Povolenie nie je potrebné na dreviny s obvodom kmeňa menším ako 40 cm (merané vo výške 130 cm), v súkromných záhradách dokonca do obvodu 80 cm.

V prípade, že by ste na danom mieste chceli trávnik, je potrebné odstrániť aj peň, ktorý po strome zostane. To sa robí takzvaným frézovaním, ktorého cena závisí od obsahu plochy prierezu pňa, ktorý je potrebné odstrániť. Cena závisí od konkrétnej firmy, ale pohybuje sa okolo 3000 Sk za m². (tým sa odstráni peň až do hĺbky 0,5 m pod zemou).

Pán Malý si zobral špagát a začal merať stromy, vo výške 20 cm a 130 cm nad zemou. Zo stromov na dvore získal tieto údaje: slivka mala obvody 40 cm a 36 cm, hruška 80 cm a 72 cm a jablň 85 cm a 75 cm. Obvody stromov mimo pozemku boli 85 a 72 cm (stará breza), 95 cm a 88 cm (smrek) a 40 cm a 36 cm (javor)

Úloha č. 1: Viete vysvetliť prečo to takto meral a načo sú tieto údaje potrebné?

Vysvetlenie: _____

Úloha č. 2: Na ktoré stromy si musí pán Malý vybaviť povolenie na výrub?

Pán Malý si musí vybaviť povolenie na výrub _____.

Úloha č. 3: Vypočítajte plochu všetkých pňov, ktoré ostanú po vyrúbaní týchto stromov za predpokladu, že prierez všetkých stromov je kruhový. Frézovať sa budú všetky pne.

Výpočet:

Plocha pňa slivky je _____ cm², plocha pňa hrušky je _____ cm², plocha pňa jablone je _____ cm².

Plocha pňa brezy je _____ cm², plocha pňa smreka je _____ cm² a plocha pňa javora je _____ cm².

Celková plocha ktorú treba vyfrézovať je _____ cm².

Pán Malý bude platiť za vyfrézovanie _____ Sk.

4.4 Riešenia – Výrub stromov:

1.) Meranie vo výške 130 cm nad zemou je potrebné na overenie, či treba povolenie na výrub

Meranie vo výške 20 cm nad zemou (za predpokladu, že prierez stromov je kruhový) mu umožní z obvodu vypočítať polomer stromu a potom plochu prierezu pňa ešte pred vyrúbaním stromu.

2.) Na dvore žiadny zo stromov (priemer vo výške 130 cm je vždy menší ako 80 cm)

Mimo pozemku treba povolenie na brezu a smrek.

3.) Priemery stromov:

Na dvore: slivka 6,37 cm, hruška 12,73 cm, jabloň 13,53 cm.

Mimo pozemku: breza 13,53 cm, smrek 15,12 cm, javor 6,37 cm.

Obsah plochy pňov:

Na dvore: slivka 127,32 cm² (medzi 127 cm² a 129 cm²),

hruška 509,3 cm² (medzi 509 cm² a 509,3 cm²),

jabloň 574,95 cm² (medzi 572,5 cm² a 575 cm²).

Mimo pozemku: breza $574,95 \text{ cm}^2$ (medzi $572,5 \text{ cm}^2$ a 575 cm^2),
smrek $718,18 \text{ cm}^2$ (medzi $715,95 \text{ cm}^2$ a $718,8 \text{ cm}^2$),
javor $127,32 \text{ cm}^2$ (medzi 127 cm^2 a 129 cm^2).

Celková plocha ktorú treba vyfrézovať je $2632,02 \text{ cm}^2$ (medzi $2623,95$ a $2636,1$)
teda asi $0,26 \text{ m}^2$.

Pán Malý bude platiť za vyfrézovanie:

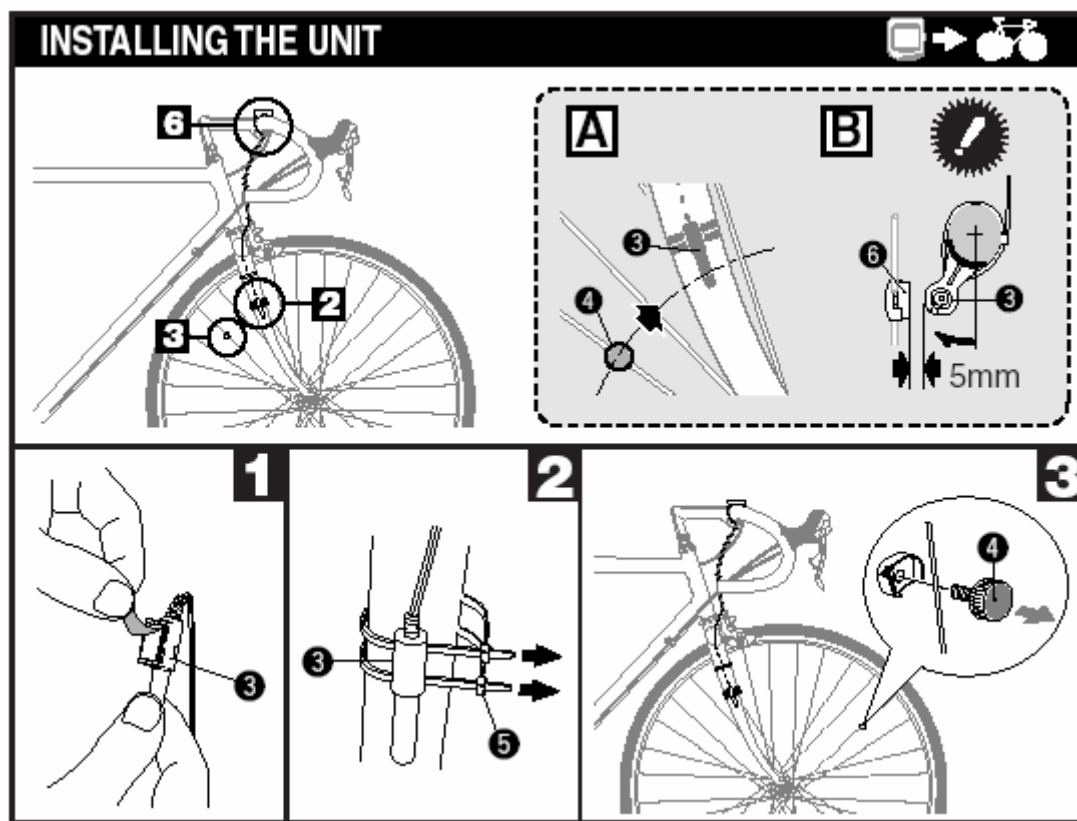
v prípade počítania so zaokrúhlenou hodnotou $0,26 \text{ m}^2$ 780 Sk,

v prípade použitia presného čísla bude cena medzi 789 Sk a 791 Sk.

poznámka: rozsahy hodnôt polomerov a obsahov plochy som vypočítal kombináciou zaokrúhľovania (na 1 alebo 2 desatinné miesta) a použitia kalkulačkovej hodnoty π alebo hodnoty 3,14. Pred zátvorkou sú hodnoty vypočítané na kalkulačke a nakoniec zaokrúhlené na 2 desatinné miesta.

4.5 Tachometer

Peter dostal na narodeniny tachometer na bicykel. V návode si prečítal, že musí na koleso pripevniť magnetku (3) a na vidlicu snímač (2), ktorý registruje, keď pri pohybe kolesa prejde magnetka okolo neho (vlastne počíta otočenia kolesa).



Potom ešte musí tachometer nastaviť - treba zadať priemer kolesa, aby tachometer správne počítal prejdenú vzdialenosť a rýchlosť (a iné údaje napr. priemernú rýchlosť, maximálnu rýchlosť, čas jazdy...).

Peter všetky komponenty pripevnil, ako bolo treba, ale pri nastavovaní sa pomýlil a zadal polomer kolesa namiesto jeho priemeru. Hneď potom sa vybral tachometer vyskúšať.

Zo začiatku jazdy si nič nevšimol, len potom, keď sa spustil plnou rýchlosťou z kopca, mu niečo nesedelo. Mal pocit, že už ide poriadne rýchlo, ale tachometer ukazoval len 20 km/h.

Otázka č.1: Ako rýchlo išiel Peter v skutočnosti?

Peter išiel z kopca rýchlosťou _____ km/h.

Vysvetlenie: ...

Keď si Peter konečne uvedomil, v čom je chyba, mal za sebou už hodinu cesty a prešiel už 9 km – aspoň tak to bolo na tachometri.

Otázka č.2: Ako dlho šiel Peter naozaj a koľko kilometrov za ten čas prešiel?

Peter sa viezol na bicykli _____ minút a prešiel _____ km.

Vysvetlenie: ...

Po týchto výpočtoch sa Peter rozhodol, že už pôjde domov a na spätnú cestu si nastaví tachometer tak, aby mu nakoniec ukázal skutočný počet kilometrov, ktorý za ten deň prešiel.

Otázka č.3: O koľko väčší, alebo aký násobok priemeru musí Peter zadať pri nastavovaní tachometra?

Výpočet: ...

Peter musí zadať _____.

(Vysvetlenie: ...)

Toto nastavenie tachometra znovu nie je správne, a preto ani pri spätnéj ceste nebude ukazovať skutočnú Petrovu rýchlosť.

Otázka č.4: Skúste zistiť, ako môže Peter z tejto rýchlosti vypočítať svoju skutočnú rýchlosť počas spätnéj cesty.

Výpočet: ...

Peter musí _____.

(Vysvetlenie: ...)

A po príchode domov Peter zadal do tachmetra správnu hodnotu priemeru kolesa, aby sa nabadúce vyhol toľkému počítaniu.

4.6 Riešenia - Tachometer:

- 1.) Peter išiel z kopca rýchlosťou 40 km/h.

- 2.) Peter sa viezol na bicykli asi 60 minút a prešiel 18 km.

- 3.) Cestou tam prešiel 18 km, tachometer ukázal 9, cestou späť prejde znovu 18 km a chce aby tachometer započítal 27 km. Zadať musí teda $\frac{3}{2}$ priemeru kolesa.
(Očakávané nesprávne riešenie – 2-násobok priemeru kolesa)

- 4.) Nastavený priemer kolesa je 1,5-násobkom ($\frac{3}{2}$ -násobkom) skutočného priemeru a preto aj rýchlosť bude 1,5-násobkom ($\frac{3}{2}$ -násobkom) skutočnej rýchlosti. Skutočná rýchlosť bude teda približne 0,66-násobkom (presne $\frac{2}{3}$) ukazovanej rýchlosti.

5 Úlohy zo školenia v Richňave

Zo série vzorových úloh, ktoré boli predstavené na prvom školení na Richňave som niekoľko testoval so žiakmi v triede sekunda, v ktorej bolo 28 žiakov. V tejto kapitole sa budem venovať výsledkom testovania dvoch z týchto úloh.

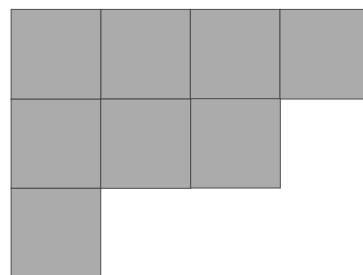
5.1 Dlaždice

Zadanie som overoval v rámci opakovania výpočtu obsahu plochy. Každému žiakovi som rozdal zadanie prefotené na papieri v takejto podobe:

Dlaždice

Miestnosť s rozmermi podlahy $4,55 \text{ m} \times 3,72 \text{ m}$ chceme pokryť jednofarebnými dlaždicami s rozmermi

$33 \text{ cm} \times 33 \text{ cm}$. Budeme ich ukladať tak, aby sa dotýkali jednou celou svojou stranou, s ukladáním začneme v rohu miestnosti.



Keď sa pri postupnom ukladaní dlaždíc dostaneme k druhej stene, nezostane nám priestor na celú dlaždicu. Preto budeme musieť niektoré dlaždice rezať. Bude potrebné vyrezať dlaždice troch rôznych veľkostí.

Otázka č.1: Aké rozmery budú mať tieto vyrezané dlaždice?

Odpoveď:

Otázka č.2: Určte počty jednotlivých vyrezaných dlaždíc.

Odpoveď:

Otázka č.3: Pri vyrezávaní dlaždíc sa samozrejme snažíme minúť čo najmenej celých dlaždíc. Najmenej koľko dlaždíc musíme kúpiť, aby sme pokryli celú podlahu?

Výpočet:

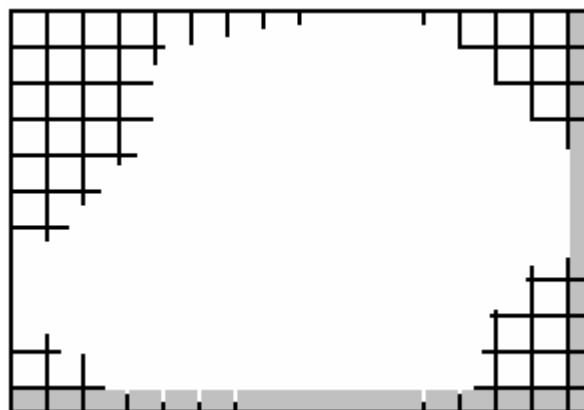
Odpoveď:

Otázka č.4: V skutočnosti sa medzi stenou a dlaždicou a aj medzi susednými dlaždicami necháva trojmilimetrová medzera. Aké rozmery budú mať v tomto prípade vyrezané dlaždice?

Výpočet:

Odpoveď:

Najprv každý riešil úlohu samostatne a potom, keď už väčšina dopočítala spoločne sme si skontrolovali správnosť riešení. Asi jednej tretine žiakov robilo problém predstaviť si ukladanie dlaždíc a najmä si uvedomiť, prečo niektoré dlaždice treba rezať. Možno to bolo aj pre obrázok na ktorom sú len celé dlaždice a niektorí si mysleli, že to je načrtnutá celá podlaha miestnosti. Preto som potom načrtol na tabuľu celú miestnosť a ukázal žiakom, ktoré dlaždice nevyjdú celé (obrázok 1). Potom už s riešením prvých troch úloh nebol väčší problém.



obrázok 1

Štvrtú úlohu som dal riešiť už len žiakom, ktorí bez problémov a najrýchlejšie zvládali prvé tri, ale správne ju vyriešil len jeden žiak.

Žiakov úloha zaujala ale našli sa aj takí, ktorí ňou neboli nadšení. Zvláštne pre nich bolo najmä to že to nebola úloha, kde je potrebné len niečo dosadiť do vzorca alebo zopakovať nejaký postup, ale museli sami vymyslieť ako úlohu riešiť. Mnohí z tohoto dôvodu nevedeli ako začať, akoby sa báli rozmýšľať a bolo im treba trochu poradiť. Bolo to zrejme spôsobené tým, že žiaci sú zvyknutí na iný typ úloh a iný, menej tvorivý, spôsob ich riešenia.

5.2 Prezidentské voľby

Toto zadanie som použil pri precvičovaní v rámci tématického celku prezentá. Žiakom som dal určitý čas na samostatné riešenie a potom sme o výsledkoch diskutovali. Žiakom som dovolil pri riešení tejto úlohy používať kalkulačku, nakoľko by počítanie s takými veľkými číslami veľmi zdržovalo. Zadanie som rozdal v takejto podobe:

Prezidentské voľby

V nasledujúcom úryvku z novinového článku a v tabuľke doplňte na príslušné miesta vynechané údaje. Percentuálne údaje zaokrúhlite na stotiny.

„Na prvom kole prezidentských volieb v roku 2004 sa z celkového počtu 4 204 899 oprávnených voličov zúčastnilo voličov, čo predstavuje 47,94-percentnú účasť. Kandidátom bolo odovzdaných 1 986 214 platných hlasov. Najviac z nich dostal Vladimír Mečiar, druhým najúspešnejším bol Ivan Gašparovič (bližšie v tabuľke).“



<i>Kandidát</i>	<i>Počet odovzdaných hlasov</i>	<i>Podiel [%]</i>
<i>Vladimír Mečiar</i>	<i>650 242</i>	<i>32,74</i>
<i>Ivan Gašparovič</i>	<i>.....</i>	<i>22,28</i>
<i>Eduard Kukan</i>	<i>438 920</i>	<i>.....</i>
<i>Iní kandidáti</i>	<i>.....</i>	<i>.....</i>

Pre žiakov bola úloha veľmi zaujímavá a každý zo žiakov riešil aspoň časť úlohy. Jednotlivé riešenia sa samozrejme líšili, podľa toho, akým spôsobom jednotliví žiaci počítali a už počas riešenia vznikla diskusia o správnosti výsledkov. Asi po 10 minútach, keď už bol v triede dosť veľký ruch som sa opýtal žiakov na správne riešenia a vysvetlili sme si, prečo sú viaceré, rôzne riešenia správne.

6 Záver

Pri používaní kontextových úloh vo vyučovaní matematiky, som si uvedomil, že môžu byť veľkým prínosom najmä vďaka tomu, že motivujú žiakov tým, že nie sú vymyslené na precvičovanie nejakého konkrétneho postupu, ale že sú z reálneho života a je potrebné správny postup nájsť a tiež dávajú odpoveď na častú otázku žiakov „načo nám to bude v živote?“. Ďalším veľkým prínosom je potreba tvorivého riešenia problému a potreba vysvetlenia, čím sú žiaci nútení naučiť sa správne argumentovať. Pri riešení kontextových úloh sa žiaci často dozvedia nové informácie, ktoré možno ani nesúvisia s matematikou a tiež sa po ich riešení dá ľahko rozprúdiť diskusia.

Nevýhodou týchto úloh je najmä to, že sú časovo náročné. V rámci prípravy je potrebné spracovať námet a zadať úlohu pokiaľ možno čo najzrozumiteľnejšie. Pri samotnom riešení v triede je tiež väčšinou potrebné po riešení so žiakmi diskutovať o možných spôsoboch riešenia a ich správnosti. Verím, že časom sa vytvorí trochu viac priestoru aj na túto formu vyučovania.

Pre mňa osobne bolo nevýhodou tiež to, že som v rámci osemročného gymnázia učil len jednu triedu a ešte som nemal veľa skúseností s vyučovaním „základoškolskej“ matematiky. Veľmi si cením, že som mal možnosť už na začiatku svojej učiteľskej praxe možnosť oboznámiť sa s výhodami týchto úloh a že nimi môžem obohatiť vyučovanie matematiky.