

LATY

Ako úvod k celej téme môže učiteľ použiť nasledujúci novinový článok:

„Aby pri rezaní nebol list píly zovretý drevom, vyhýbajú sa zuby píly striedavo na obidve strany - na píle sa robí rozvod. Býva rôzny - podľa druhu píly, obvykle je to 2-3 mm. Od rozvodu závisí šírka rezu (hantírkou nazývaná šrám).

Treba rátať s tým, že pri rezaní vďaka „šrámu“ sa časť dosky nenávratne mení na piliny.

Pílu preto kladieme a rez vedieme na nemeranej strane dosky, aby sa nám meraná časť zachovala celá. Pri provizórnejších výrobkoch s úžitkovým účelom toto pravidlo nie je až také dôležité, ale ak vyrábame dekoratívny predmet, záleží na každom milimetri, niekedy aj na jeho desatinách.

Môže sa stať, že chceme ozdobnú lištu dlhú presne tri metre rozpíliť na 10 kusov, úplne rovnakých. Precízne ju rozmeriame po 30 cm a po narezaní s hrôzou zisťujeme, že požadovanej dĺžke zodpovedá ako-tak prvý kúsok. Tie ostatné sú kratšie, dokonca, ak sme pílu nevedli vždy po tej istej strane čiary, je každý kus iný. Na piliny sa zmenili takmer 3 cm (!) lišty a celá práca vyšla nazmar.

Na tento problém narazíme aj v prípade, ak chceme kus dosky rozpíliť na dva presne rovnaké kusy. Ak zabudneme, že píla robí „šrám“, vždy bude jedna polovica kratšia práve o šírku rezu.

Týmto neprijemnostiam sa dá predísť. Vráťme sa k nášmu príkladu s trojmetrovou lištou. Ak chceme desať kusov s rovnakou dĺžkou tridsať centimetrov, musí byť lišta o niečo dlhšia ako tri metre. Merať nebudeme naraz, ale priebežne meriame jednotlivé kusy a režeme „od čiary“, teda pílu vedieme na nemeranej časti.

S doskou, ktorú potrebujeme rozpíliť na úplne rovnaké polovice, je to zložitejšie. Odporúčame na kuse nepotrebné dosky urobiť kontrolný zárez, na ňom zistíme šírku rezu píly. Nameranú hodnotu odrátame od dĺžky dosky, zvyšok rozdelíme na polovicu a rez vedieme pri čiare na dlhšej časti dosky.“

(Peter MUNKA: Nepodceňujte meranie, KORZÁR 26.1.2002)

1. najviac 6 latiek

Uvádzame tri rôzne postupy (vo výpočtoch sú dĺžky v milimetroch):

1. Najprv urobíme odhad, pri ktorom zanedbáme odpad pri pílení:

$$3\,194 : 455 = 7,01\dots,$$

preto odrezaných latiek môže byť najviac 7. Ak by ich bolo 7, bolo by medzi nimi 6 medzier. Spolu s týmito medzerami by musela pôvodná lata merať aspoň

$$7 \cdot 455 + 6 \cdot 3 = 3\,203 \text{ mm.}$$

Toto číslo je väčšie ako dĺžka našej laty (3 194 mm). Preto z našej laty možno odrezať najviac 6 latiek. Výpočtom tento výsledok overíme:

$$6 \cdot 455 + 5 \cdot 3 = 2\,745 < 3\,194 .$$

2. Postupne na kalkulačke sčítavame

$$455 + 3 + 455 + 3 + 455 + \dots ,$$

t.j.

dĺžka prvej odrezanej latky + šírka rezu + dĺžka druhej odrezanej latky + ...,

až kým neprekročíme 3 194 (teda dĺžku laty). Dostaneme tak čísla

$$455, 458, 913, 916, 1371, 1374, 1829, 1832, 2287, 2290, 2745, 2748, 3203,$$

z nich posledné je už väčšie ako 3 194. Tučne vyznačené čísla predstavujú odrezané latky, týchto čísel je 6.

3. Ak odrežeme n latiek, potrebujeme aspoň $n - 1$ rezov. Dĺžka odrezaných latiek spolu s rezmi je potom

$$n \cdot 455 + (n - 1) \cdot 3 .$$

Má platiť

$$n \cdot 455 + (n - 1) \cdot 3 \leq 3\,194 ,$$

odtiaľ dostávame postupne



$$458n - 3 \leq 3194, \quad 458n \leq 3197, \quad n \leq 6,98\dots,$$

preto latiek môže byť najviac šesť.

2. a) najviac **415 mm**, b) najviac **296 mm**

Vo výpočtoch uvádzame dĺžky v milimetroch.

1. Ak chceme 5 latiek, potrebujeme 4 rezy. Na latky nám ostane

$$2085 - 4 \cdot 2 = 2077 \text{ mm.}$$

Jedna latka môže merať

$$2077 : 5 = 415,4 \text{ mm.}$$

Teda latky budú mať dĺžku najviac 415 mm.

2. Ak chceme 7 latiek, potrebujeme 6 rezov. Na latky nám ostane

$$2085 - 6 \cdot 2 = 2073 \text{ mm.}$$

Jedna latka môže merať

$$2073 : 7 = 296,14\dots \text{ mm.}$$

Teda latky budú mať dĺžku najviac 296 mm.

Poznámka 1. V prípade b) zostane $2085 - 6 \cdot 2 - 7 \cdot 296 = 1$ mm. Tento zvyšný 1 milimeter sa z poslednej latky odstráni hoblíkom alebo brúsením (šmirgľovaním).

Poznámka 2. Žiaci môžu zabúdať, že potrebujeme o jedno pílenie menej, ako je počet latiek. V úlohe a) dostanú aj na základe tejto nesprávnej úvahy správny výsledok:

$$2085 - 5 \cdot 2 = 2075, \quad 2075 : 5 = 415$$

(iný možný postup je rozdeliť dĺžku na 5 rovnakých častí a od každej časti odrátať šírku rezu: $\frac{2085}{5} - 2 = 415$).

V úlohe b) tento postup vedie k nesprávnemu výsledku:

$$2085 - 7 \cdot 2 = 2071, \quad 2071 : 7 = 295,85\dots$$

$$3. \quad \frac{2085 - 2(n-1)}{n} = \frac{2083 - 2n}{n} = \frac{2083}{n} - 2$$

Ide o zovšeobecnenie postupu z predchádzajúcej úlohy:

Ak máme n latiek, potrebujeme $n - 1$ rezov. Na n latiek nám ostane

$$2085 - 2(n-1) \text{ milimetrov,}$$

preto 1 latka bude mať dĺžku $\frac{2085 - 2(n-1)}{n}$ mm.

4. najviac **242 mm**

Úlohu možno riešiť postupným preberaním možností. Číslo 10 (počet latiek) rozdelíme na dve čísla: počet latiek odrezaných z dlhšej laty (146,3 cm) a počet latiek odrezaných z kratšej laty (108 cm), napr. 5 + 5. Vypočítame, aké dlhé by pri zvolených počtoch boli latky odrezané z dlhšej a kratšej laty. V prípade rozdelenia 5 + 5 dostaneme

$$\text{dlhšia lata: } 1463 - 4 \cdot 2 = 1455, \quad 1455 : 5 = 291 \text{ mm}$$

$$\text{kratšia lata: } 1080 - 4 \cdot 2 = 1072, \quad 1072 : 5 = 214,4 \text{ mm,}$$

zaokrúhlene na celé milimetre nadol je to 214 mm.

Menšie z týchto dvoch čísel – teda 214 mm – je najväčšia možná dĺžka 10 rovnako dlhých latiek, ktoré môžeme pri tomto rozdelení počtu 10 (= 5 + 5) získať.



Tento postup zopakujeme aj pre ďalšie rozdelenia čísla 10. Zrejme z dlhšej laty odrežeme aspoň toľko kusov ako z kratšej, preto má zmysel preverovať len tie rozdelenia čísla 10, v ktorých prvý sčítanec je väčší alebo rovný druhému, teda $5 + 5$, $6 + 4$, $7 + 3$, atď. Výsledky sú v nasledujúcej tabuľke:

rozdelenie	počet kusov		dĺžka 1 kusu		najväčšia možná dĺžka 10 rovnako dlhých latiek
	z dlhšej laty	z kratšej laty	z dlhšej laty	z kratšej laty	
$10 = 5 + 5$	5	5	291	214	214
$10 = 6 + 4$	6	4	242	268	242
$10 = 7 + 3$	7	3	207	358	207

Čísla v stĺpci *dĺžka 1 kusu z dlhšej laty* sa postupne znižujú, naopak čísla v stĺpci *dĺžka 1 kusu z kratšej laty* sa zvyšujú. Preto nemá zmysel skúmať zvyšné rozdelenia $8 + 2$, $9 + 1$ a $10 + 0$. Číslo, ktoré by sme pri týchto rozdeleniach dostali v poslednom stĺpci, bude iste menšie ako 207 (t.j. výsledok pre rozdelenie $7 + 3$).

Z posledného stĺpca tabuľky vidno, že najväčšia možná dĺžka, ktorú môže mať 10 rovnako dlhých latiek, je 242 mm.

5. 120 mm

Ak chceme získať 34 doštičiek, máme na výber z nasledujúcich možností rezania obdĺžnikovej dosky:

kratšiu stranu (60,5 cm) rozrežeme na	dlhšiu stranu (95 cm) rozrežeme na
2 časti	17 častí
3 časti	12 častí
4 časti	9 častí
5 častí	7 častí
6 častí	6 častí

Ďalšie možnosti ($7 \text{ častí} \times 5 \text{ častí}$, atď.) netreba skúmať. Keďže chceme dostať štvorcové doštičky, kratšiu stranu nemá zmysel deliť na väčší počet častí ako dlhšiu.

Pre každú z možností uvedených v tabuľke teraz zistíme, akú dĺžku bude mať po rozrezaní jedna časť na kratšej a jedna časť na dlhšej strane. Napr. pre posledné z uvedených rozdelení ($6 \text{ častí} \times 6 \text{ častí}$) dostaneme (dĺžky uvádzame v mm)

$$\text{kratšia strana: } 605 - 5 = 600, \quad 600 : 6 = 100 \text{ mm,}$$

$$\text{dlhšia strana: } 950 - 5 = 945, \quad 945 : 6 = 157,5, \quad \text{po zaokrúhlení nadol } 157 \text{ mm.}$$

Z týchto výpočtov vyplýva, že najväčšia dĺžka strany, ktorú by pri rozdelení 6×6 mohlo mať 34 štvorcových doštičiek, je 100 mm (to je menšie z čísel 100 a 157, ktoré sme našli uvedeným výpočtom).

Tento postup zopakujeme aj pre ďalšie rozdelenia uvedené v prvej tabuľke. Výsledky uvádzame v nasledujúcej tabuľke.

rozdelenie dosky	dĺžka 1 časti na kratšej strane	dĺžka 1 časti na dlhšej strane	maximálna dĺžka strany štvorcovej doštičky
6×6	100	157	100
5×7	120	134	120
4×9	150	104	104

Čísla v druhom stĺpci sa postupne zvyšujú, čísla v treťom stĺpci sa postupne znižujú. Preto netreba skúmať zvyšné rozdelenia (3×12 a 2×17): číslo, ktoré by sme dostali v poslednom stĺpci, by bolo menšie ako 104 (to je výsledok pre rozdelenie 4×9).

Z posledného stĺpca tabuľky vidno, že najväčšiu dĺžku strany 34 štvorcových doštičiek dosiahneme pri rozdelení 5×7 . Táto dĺžka je 120 mm.

